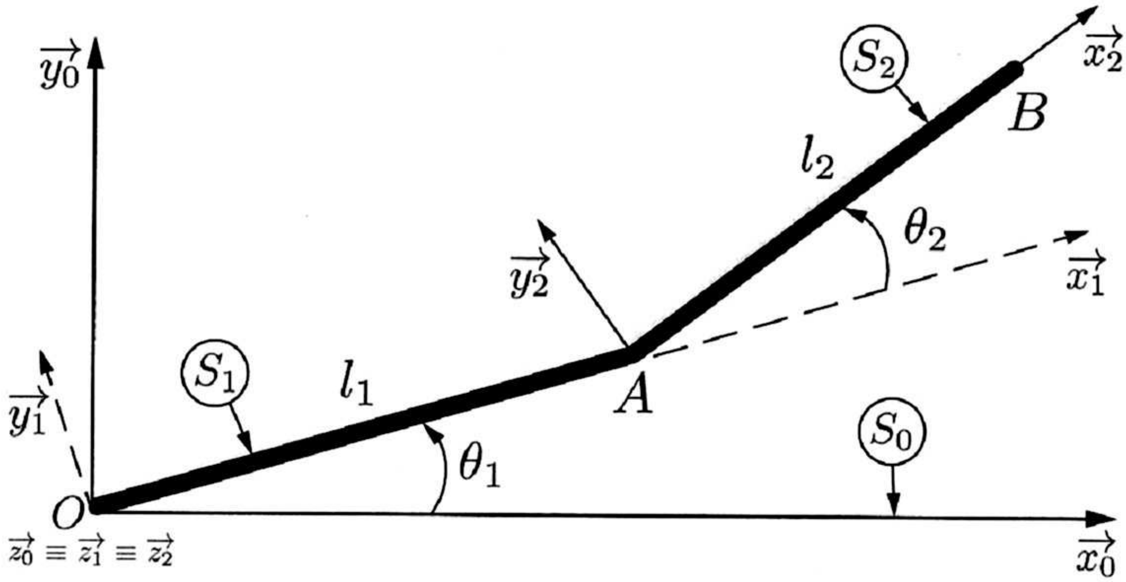
1 -Robot planaire

Le robot planaire de la figure ci-dessous est à deux degrés de liberté . Il est constitué par deux bras S_1 et S_2 , contenus dans le plan (xOy) d'un repère de référence R_0 (O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$) lié au bâti S0 .
On définit deux repères R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}$) et R_2 (A, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$) liés au bras S_1 et S_2
On considère lesmouvements suivants :
- S_1 est en rotation de θ_1 par rapport à S_0 autour de l'axe (O, $\overrightarrow{z_0}$), et le bras S_1 est en liaison pivot avec le bâti S_0 au point O
- S_2 est en rotation de θ_2 par rapport à S_1 autour de l'axe (O, $\overrightarrow{z_0}$), et le bras S_2 est en liaison pivot avec le bras S_1 au point A

On donne par ailleurs les dimensions suivantes : $\overrightarrow{OA} = l_1.\overrightarrow{x_1} \;\; et \;\; \overrightarrow{AB} = l_2.\overrightarrow{x_2}$



Questions

1 - Représenter sur des schémas plans, la position des différents repères utilisés par rapport au repère R_0

2 - Calculer $\vec{\Omega}\ (R_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}\ (R_2/R_0)$. En déduire $\vec{\Omega}\ (R_2/R_1)$

3 - Quelle est la nature de la trajectoire des points A et B dans R0 si θ_2 est fixe (prendre $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$) ?

4 - Calculer : $\frac{d^{R_0}\,\overrightarrow{OA}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{OA}}{dt}$; $\frac{d^{R_0}\,\overrightarrow{AB}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{AB}}{dt}$; $\frac{d^{R_2}\,\overrightarrow{AB}}{dt}$; $\frac{d^{R_0}\,\overrightarrow{OB}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{OB}}{dt}$

5 - Déterminer les coordonnées (éléments de réduction) des torseurs $\{\ v_{S_1/R_0}\}$ et $\{\ v_{S_2/R_1}\}$ aux points O et A respectivement

6 - On considère un point P lié à R1 et un point Q mobile dans R_2.

Calculer la vitesse de P par rapport à R_0 ainsi que celle de Q

Calculer l'accélération de P par rapport à R_0.

2 - Centre de masse et matrice d'inertie d'une demi-sphère creuse

On considère une demi-sphère creuse S de masse m et de rayon R .

1) Calculer la matrice d'inertie de la demi-sphère en son centre O.

2) Déterminer la position du centre de masse C de S

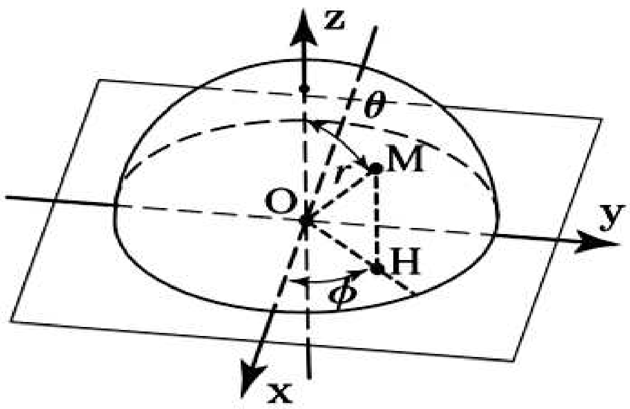


Figure 3.8 **Coordonnées sphériques. L'angle θ correspond à la longitude et ϕ à la latitude en repérage terrestre.**

3) Exprimer la matrice d'inertie en C. Utiliser les coordonnées sphériques (r, θ et ϕ).

Avec les conventions de la figure 3.8, on les définit comme suit :

$x = r \sin\theta\cos\phi$
$y = r \sin\theta \sin\phi$
$z = r \cos\theta$

L'élément de surface sur la sphère de rayon R est $dA = R^2 \sin\theta d\theta d\phi$