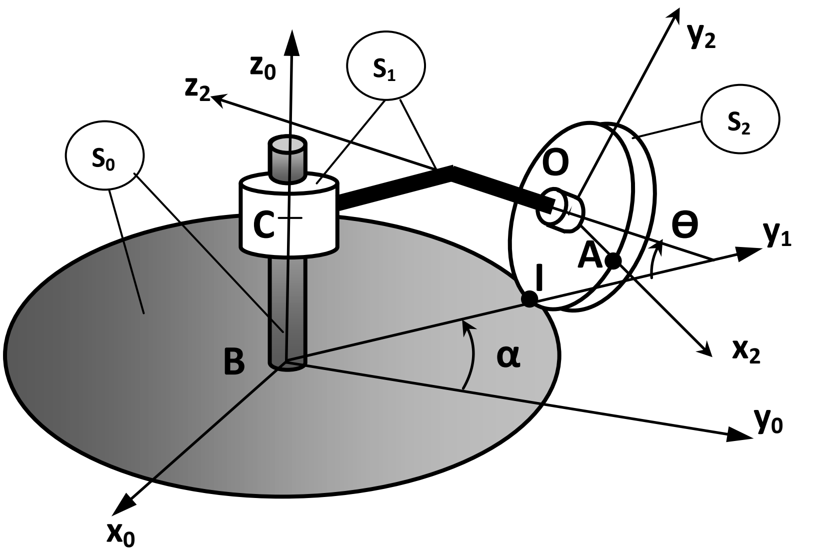
1 - Roue liée à un bras en rotation

La roue circulaire de rayon r tourne librement autour du bras coudé CO en rotation autour de l'axe vertical (B, $\overrightarrow{z_0}$) à la vitesse constante ω (rad/s).
Le repère de référence R_0 (O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$) lié au bâti S_0 .
On définit deux repères R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}$) et R_2 (A, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$) liés à S_1 et S_2 respectivement
On considère lesmouvements suivants :
- S_1 est en rotation de α par rapport à S_0 autour de l'axe (B, $\overrightarrow{z_0}$), et le bras S_1 est en liaison pivot avec le bâti S_0 au point C
- S_2 est en rotation de β par rapport à S_1 autour de l'axe (O, $\overrightarrow{z_2}$), et le bras S_2 est en liaison pivot avec le bras S_1 au point O
Le point I est le point de contact du disque de rayon r avec le disque de rayon R.
Le point A est un point de la périphérie du disque de rayon r
On donne par ailleurs les dimensions suivantes : $\overrightarrow{OA} = r.\overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{BI} = R.\overrightarrow{y_1}$
On définit ϴ =($\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_2}$) (ϴ est constant)



Questions

1 - Représenter sur des schémas plans, la position des différents repères utilisés par rapport au repère R_0

2 - Calculer $\vec{\Omega}\ (R_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}\ (R_2/R_1)$. En déduire $\vec{\Omega}\ (R_2/R_0)$

3 - Calculer : $\frac{d^{R_0}\,\overrightarrow{BO}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{BO}}{dt}$; $\frac{d^{R_0}\,\overrightarrow{BA}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{BA}}{dt}$; $\frac{d^{R_1}\,\overrightarrow{CA}}{dt}$; $\frac{d^{R_2}\,\overrightarrow{OA}}{dt}$

4 - Déterminer les coordonnées (éléments de réduction) des torseurs { v_{S_1/R_0}} au point B et { v_{S_2/R_1}} au point O

5- Ecrire la condition de roulement sans glissement en I et en déduire une relation entre α et β

6 - Déterminez la vitesse de O appartenant à S_2 par rapport à S_0

Déterminez l'accélération de O appartenant à S_2 par rapport à S_0

2 - Centre de masse et matrice d'inertie d'une demi-sphère pleine

On considère une demi-sphère pleine S de masse m et de rayon R .

1) Calculer la matrice d'inertie de la demi-sphère en son centre O.

2) Déterminer la position du centre d'inertie G de S

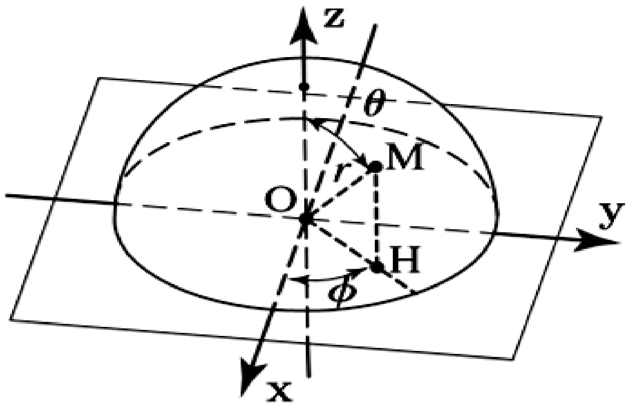


Figure 3.8 Coordonnées sphériques. L'angle θ correspond à la longitude et ϕ à la latitude en repérage terrestre.

3) Exprimer la matrice d'inertie en G. Utiliser les coordonnées sphériques (r, θ et ϕ).

Avec les conventions de la figure 3.8, on les définit comme suit :

$x = r \sin\theta\cos\phi$
$y = r \sin\theta \sin\phi$
$z = r \cos\theta$

L'élément de volume de la sphère de rayon R est $dv = r^2\, dr.\sin\theta.d\theta.d\phi$