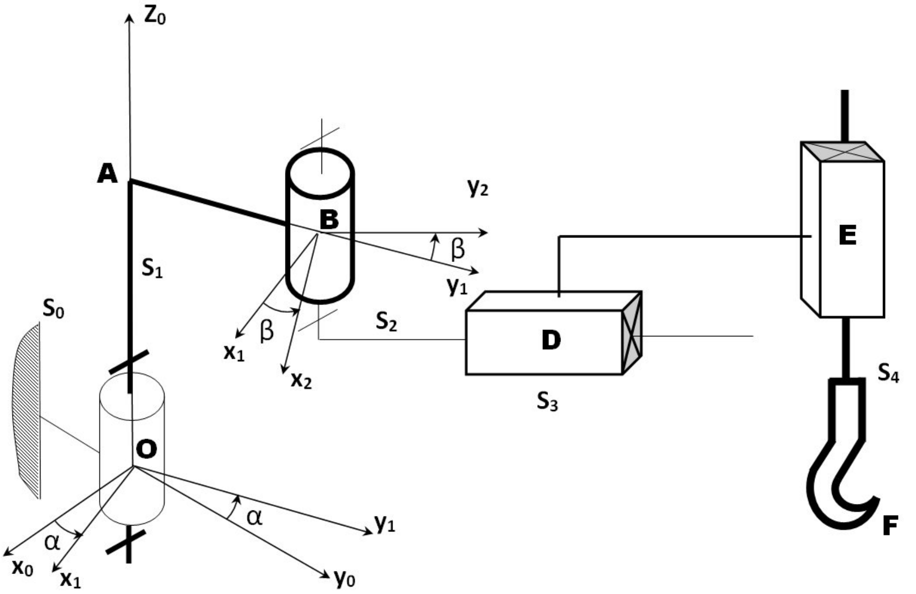
1 - Etude d'une potence articulée

On considère une potence de manutention représentée ci-dessous .



La potence est composée des éléments suivants :
- *le corps S_0 lié au repère R_0 (O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$) est fixé au sol par une liaison encastrement*
- la tête S_1 *lié au repère R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}$)* est en liaison pivot d'axe *O $\overrightarrow{z_0}$ par rapport à S_0 avec $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$*
- *le bras S_2 lié au repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$) est en liaison pivot d'axe B $\overrightarrow{z_0}$ par rapport à S_1 avec : $\beta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$ et*
$\overrightarrow{OB} = a.\overrightarrow{z_0} + b.\overrightarrow{y_1}$
- *la partie télescopique S_3 est en liaison glissière d'axe D $\overrightarrow{y_2}$ par rapport à S_2 avec : $\overrightarrow{BD} = -c.\overrightarrow{z_0} + d(t).\overrightarrow{y_2}$*
(d est une fonction du temps)
- *la charge S_4 peut monter ou descendre suivant l'axe E $\overrightarrow{z_0}$ par rapport à S_3 avec : $\overrightarrow{EF} = -f(t).\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{DE} = c.\overrightarrow{z_0} + e.\overrightarrow{y_2}$*
(f est une fonction du temps)

1) Représenter les figures des rotations planes (changements de repères)

2) Calculer $\vec{\Omega}\,(R_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}\,(R_2/R_1)$. En déduire $\vec{\Omega}\,(R_2/R_0)$

3) Exprimez $\vec{V}_{B\,1/0}$ par dérivation. *Vous l'exprimerez dans le repère R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}$)*

4) Exprimez $\vec{V}_{D\,3/0}$ par dérivation . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

5) Exprimez $\vec{V}_{D\,3/0}$ par changement de point . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

6) Exprimez $\vec{V}_{E\,3/0}$ par dérivation . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

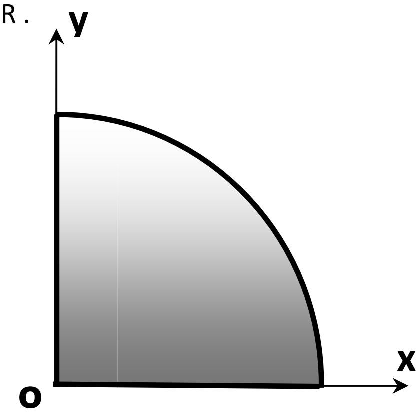
7) Exprimez $\vec{V}_{E\,3/0}$ par changement de point . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

8) Exprimez $\vec{V}_{F\,4/0}$ par dérivation. *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

9) Exprimez $\vec{V}_{F\,4/0}$ par changement de point . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

10) Exprimez $\vec{\Gamma}_{F\,4/0}$, . *Vous l'exprimerez dans le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$)*

2 - Matrice d'inertie et centre de masse d'un quart de disque



On considère une quart de disque d'épaisseur nulle de masse m et de rayon R .

On notera σ la masse par unité de surface

1) Exprimer l'élément de surface dS en coordonnées polaires

2) Exprimer la masse (m) du quart de disque en fonction de σ et de R

3) Déterminer la position (X_G , Y_G) du centre de masse G de S

4) Donnez la forme générale de la matrice d'inertie en précisant :

- *les moments et les produits d'inertie qui sont nuls*

- *les moments et les produits d'inertie qui sont égaux*

5) Calculer les moments d'inertie Iox, Ioy et Ioz du quart de disque

(on utilisera les coordonnées polaires)

6) Calculer les produits d'inertie Ixy, Iyz et Ixz du quart de disque

(on utilisera les coordonnées polaires)