Etude d'un robot marcheur

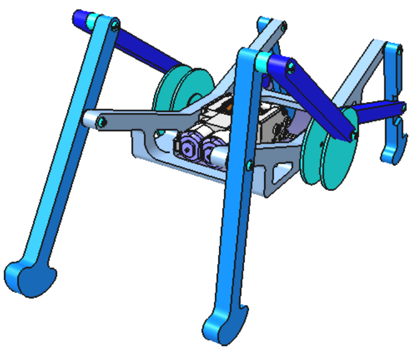
Ci-dessous est représenté un robot marcheur avec la manivelle OA (1) qui est animée d'un mouvement de rotation continu tel que : $\omega_{1/0} = \frac{d\theta}{dt}$ = constante

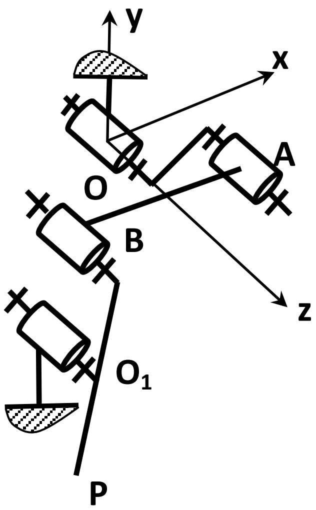
La partie fixe S_0 (support) est associée au référentiel R *(O, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$)*

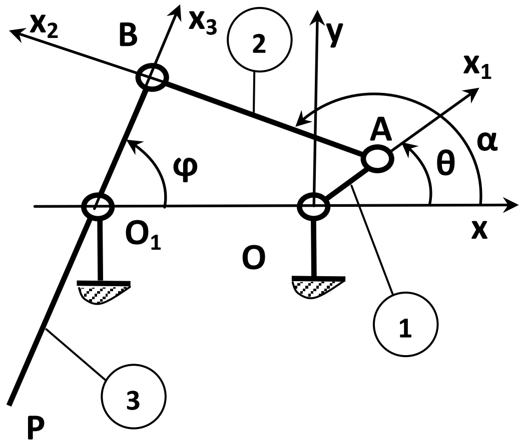
La manivelle OA (1) est liée au repère R_1 *(O, $\vec{x_1}$, $\vec{y_1}$, $\vec{z_1}$)* est en liaison pivot d'axe *O $\vec{z}$ par rapport à S_0 avec Θ = ($\vec{x}$, $\vec{x_1}$)*

La biellette AB (2) est liée au repère R_2 *(A, $\vec{x_2}$, $\vec{y_2}$, $\vec{z_2}$)* est en liaison pivot d'axe *A $\vec{z}$ par rapport à S_1 avec α = ($\vec{x}$, $\vec{x_2}$)*

La patte BP (3) est liée au repère R_3 *(O_1, $\vec{x_3}$, $\vec{y_3}$, $\vec{z_3}$)* est en liaison pivot d'axe *O_1 $\vec{z}$ par rapport à S_0 avec φ = ($\vec{x_0}$, $\vec{x_1}$)*







On pose : θ = ($\vec{x}$, $\vec{x_1}$) ; α = ($\vec{x}$, $\vec{x_2}$) ; φ = ($\vec{x}$, $\vec{x_3}$) ; $\overrightarrow{OA} = r.\vec{x_1}$; $\overrightarrow{AB} = a.\vec{x_2}$; $\overrightarrow{O_1B} = b.\vec{x_3}$; $\overrightarrow{O_1P} = -c.\vec{x_3}$; $\overrightarrow{OO_1} = -d.\vec{x}$

Solide S_1 (biellette OA): Masse M_1, centre de gravité G_1 tel que $\overrightarrow{OG_1} = \frac{r}{2}.\vec{x_1}$, Moment d'inertie en O $I_{Oz}(S_1) = C_1$

Solide S_2 (bielle AB): Masse M_2, centre de gravité G_2 tel que $\overrightarrow{AG_2} = \frac{a}{2}.\vec{x_2}$, Moment d'inertie en G_2 $I_{G2z}(S_2) = C_2$

Solide S_3 (levier BP): Masse M_3, centre de gravité G_3 tel que $\overrightarrow{O_1G_3} = e.\vec{x_3}$, Moment d'inertie en O_1 $I_{G3z}(S_3) = C_3$

<u>Questions</u>

1) Réalisez les figures de changement de repère

2) Déterminez les vecteurs rotation $\vec{\Omega}\,(S_1/R)$; $\vec{\Omega}\,(S_2/R)$; $\vec{\Omega}\,(S_3/R)$; $\vec{\Omega}\,(S_3/S_2)$; $\vec{\Omega}\,(S_2/S_1)$

3) Exprimez $\vec{V}_{A\,1/R}$. *Vous l'exprimerez dans le repère R_1 (O, $\vec{x_1}$, $\vec{y_1}$, $\vec{z_1}$)*

4) Exprimez $\vec{V}_{B\,3/R}$. *Vous l'exprimerez dans le repère R_3 (O, $\vec{x_3}$, $\vec{y_3}$, $\vec{z_3}$)*

5) Exprimez $\vec{V}_{B\,2/R}$

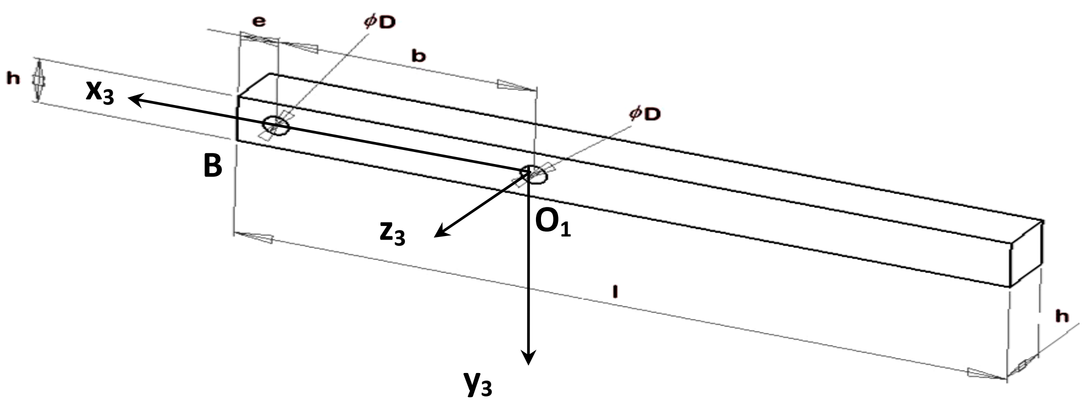
6) Que peut-on dire de $\vec{V}_{B\,2/R}$ et de $\vec{V}_{B\,3/R}$? Justifiez votre réponse.

En déduire une relation entre $\dot{\theta}$ et $\dot{\phi}$ en fonction de b, r, φ, α, θ

7) Exprimez $\vec{V}_{P\,3/R}$ par dérivation puis par changement de point. *Vous l'exprimerez dans le repère R_3 (O, $\vec{x_3}$, $\vec{y_3}$, $\vec{z_3}$)*

8) Exprimez $\vec{\Gamma}_{P\,3/R}$. *Vous l'exprimerez dans le repère R_3 (O, $\vec{x_3}$, $\vec{y_3}$, $\vec{z_3}$)*

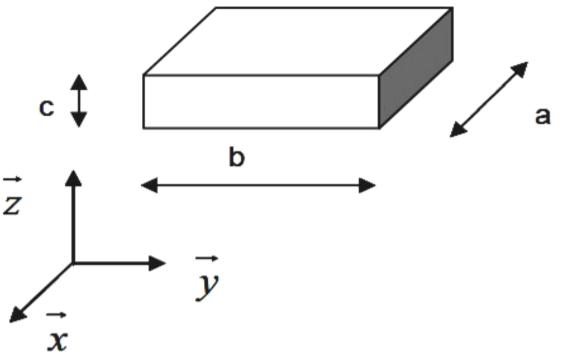
9) La patte (BP) peut être assimilée à un solide dont les caractéristiques sont données sur le croquis coté ci-après :



a) Calculer la masse du solide sachant que sa masse volumique sera notée ρ
b) Calculer les coordonnées de son centre d'inertie
c) Déterminer sa matrice d'inertie exprimée au point O_1 dans la base *($\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3}$)*

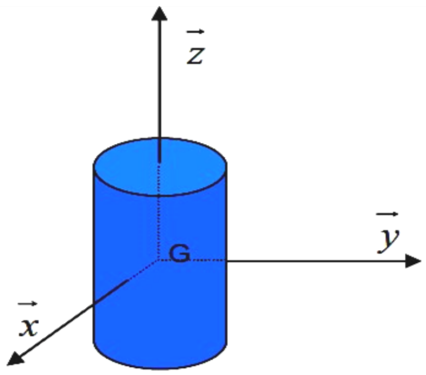
Pour information,page suivante, on donne la forme de la matrice d'inertie d'un pavé exprimée en G (centre de gravité)

$$I_{GS/R0} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(b^2+c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(a^2+c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(a^2+b^2) \end{bmatrix}_{G\;R0}$$



Ainsi que celle d'un cylindre (rayon R et longueur L) exprimée en G (centre de gravité)

$$I_{GS/R0} = \begin{bmatrix} \frac{m}{4}(R^2+\frac{L^2}{3}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{4}(R^2+\frac{L^2}{3}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m.R^2}{2} \end{bmatrix}_{G\;R0}$$



10)

a) Déterminez le moment cinétique en O_1 $\vec{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{O_1}(\boldsymbol{S_3}/\boldsymbol{R})}$ de la patte (BO_1).

On prendra pour matrice d'inertie en O_1 : $I_{O_1}(S) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})}$

b) Déterminez le moment cinétique en G_2 $\vec{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{G_2}(\boldsymbol{S_2}/\boldsymbol{R})}$ de la biellette AB (2).
Le moment d'inertie de la biellette en G_2 autour de l'axe Oz est C_2

c) Déterminez le moment cinétique en 0 $\vec{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{O}(\boldsymbol{S_1}/\boldsymbol{R})}$ de la manivelle OA (1).
Le moment d'inertie de la manivelle en O autour de l'axe Oz est C_1

11) Déterminez le moment dynamique en O $\vec{\boldsymbol{\delta}}_{\boldsymbol{O}(\boldsymbol{S}/\boldsymbol{R})}$ de l'ensemble { patte (BO_1), biellette (AB), manivelle (OA) }

12) Sachant : - *que l'action du moteur en O est modélisée par le torseur* $\{\mathcal{T}_{(moteur\to S_1)}\} = {}_{O}\left\{ \begin{matrix} \vec{\boldsymbol{0}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{C_M}} = \boldsymbol{C_M}.\vec{\boldsymbol{z}} \end{matrix} \right\}$

- *que l'action de contact en P est modélisée par le torseur* $\{\mathcal{T}_{(sol\to S_3)}\} = {}_{P}\left\{ \begin{matrix} \vec{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{R}.\vec{\boldsymbol{y}} \\ \vec{\boldsymbol{0}} \end{matrix} \right\}$

- *que le poids propre des pièces est négligé*

Par application du théorème du moment dynamique en O, établissez l'équation permettant de déterminer le couple moteur C_M en fonction des masses, des inerties, des dimensions des solides en mouvement ainsi que des paramètres θ, φ, α et de leurs dérivées successives.