ETUDE D'UN COMPRESSEUR MONO-PISTON

La figure 1 et la figure 2 représentent un compresseur mono-piston qui permet, à partir d'un moteur entraînant l'arbre **(4)** en rotation autour de son axe, de comprimer un fluide dans la chambre formée par le fond du piston **(7)**, le cylindre **(30)** et la culasse **(9)**. Le système constitué de l'arbre d'entrée **(4)** ayant une forme générale qui rappelle celle d'une manivelle, de la bielle **(6)** et du piston **(7)** est souvent désignée sous le terme de système bielle manivelle, qui transforme la rotation de la manivelle à une translation du piston **(7)** dans le cylindre **(30)**. La descente du piston permet l'aspiration du fluide sous la pression atmosphérique et la montée du piston permet son refoulement sous une pression variante entre 6 et 8 bars dans le circuit d'utilisation.

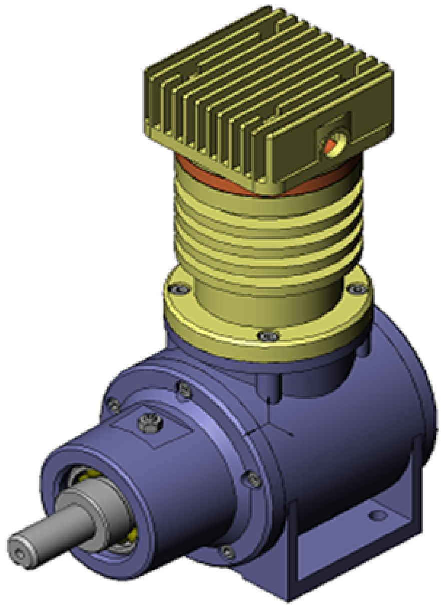
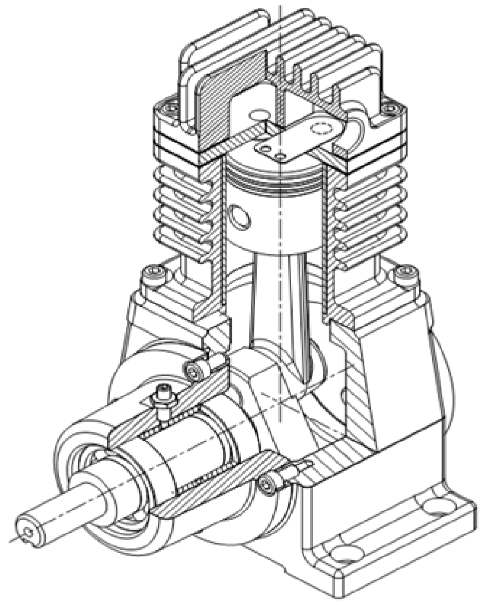
Perspective vue extérieure	Perspective en coupe
	

***Figure 1** : compresseur mono-piston vue extérieure et perspective en coupe.*

DONNEES ET HYPOTHESES :

- Toutes les pièces du mécanisme sont rigides et indéformables**.**
- Tous les poids des pièces sont négligeables devant les actions mécaniques exercées.
- Les liaisons seront considérées comme parfaites.
- Le repère **(A,** $\vec{x}$ **,** $\vec{y}$ **,** z **)** est un repère fixe lié au bâti.
- La liaison en A est une liaison linéaire annulaire **d'axe (A,** $\vec{x}$ **)**.
- La liaison en C est modélisée par une liaison rotule (sphérique) **de centre C**.

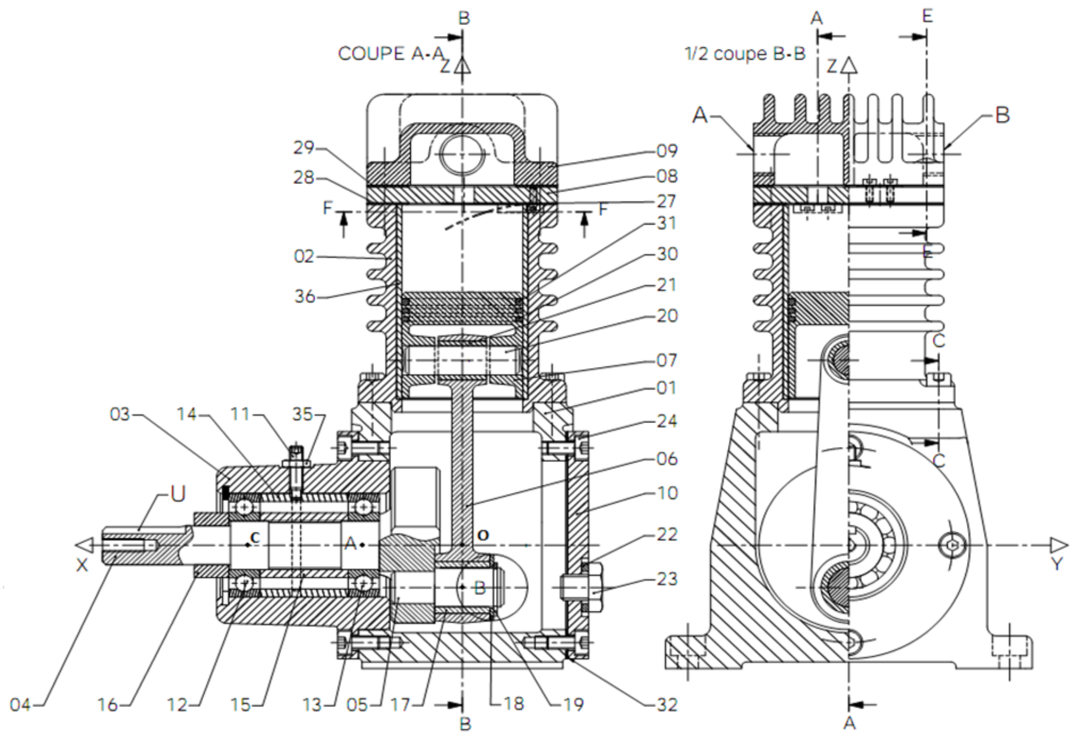


***Figure 2** : Dessin d'ensemble en coupe du compresseur mono-piston.*

Le but de cette partie est la détermination de la loi d'entrée sortie du système : $\dot{z} = f(\dot{\alpha})$

*Le système étudié sera considéré comme un **système bielle manivelle** dont le schéma cinématique est représenté dans la **figure 4***

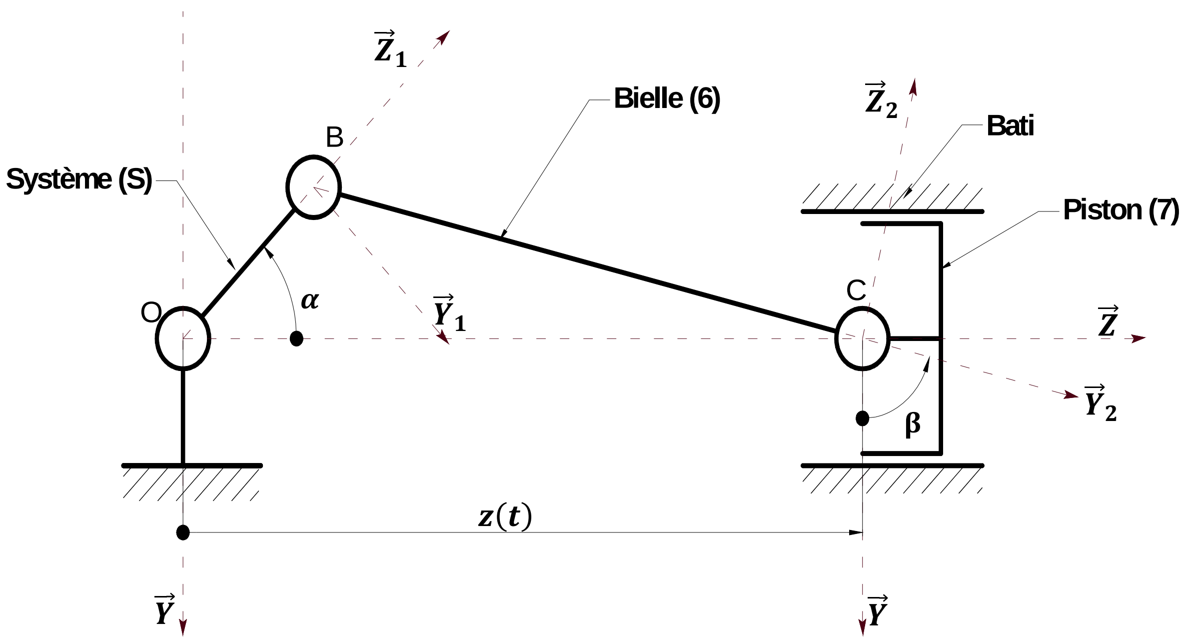
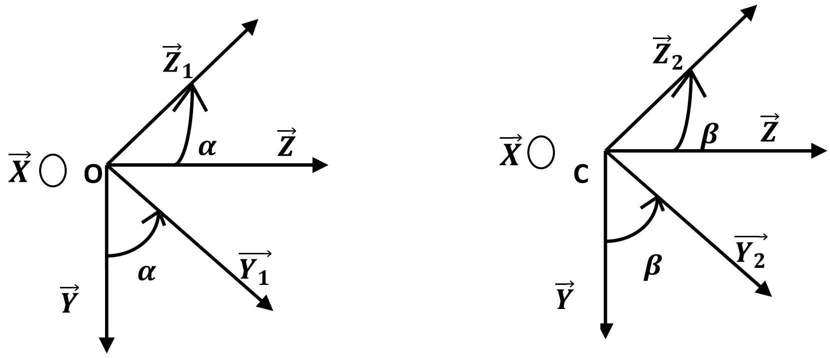


Figure 4 : Schéma cinématique du système bielle manivelle

Repères et paramètres de position

On considère les repères orthonormés directs suivants :

- $R\left(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}\right)$ *: repère absolu lié au bâti*
- $R_1(B,\vec{X},\vec{Y_1},\vec{Z_1})$ *: repère mobile lié au système **(S).***
  $Avec\ \boldsymbol{\alpha} = \left(\vec{Y},\vec{Y_1}\right) = \left(\vec{Z},\vec{Z_1}\right)$
- $R_2\left(C,\vec{X},\vec{Y_2},\vec{Z_2}\right)$ *: repère mobile lié à la bielle* $(\mathbf{6})$; $Avec\ \boldsymbol{\beta} = \left(\vec{Y},\vec{Y_2}\right) = \left(\vec{Z},\vec{Z_2}\right)$
- $\overrightarrow{\mathbf{0C}} = \boldsymbol{e}\,\overrightarrow{\boldsymbol{Z_1}} + \boldsymbol{l}\,\overrightarrow{\boldsymbol{Y_2}}$ ***si C** ∈ **(6), avec e et l sont deux constantes***
- $\overrightarrow{\boldsymbol{OC}} = \boldsymbol{z(t)}\overrightarrow{\boldsymbol{Z}}$ ***, si C** ∈ **(7)***



1. *Donner l'expression des vitesses de rotations :* $\overrightarrow{\boldsymbol{\Omega}}_{(\boldsymbol{R_1/R})}$ *et* $\overrightarrow{\boldsymbol{\Omega}}_{(\boldsymbol{R_2/R})}$

2. *Détermination de la vitesse au point **C** appartenant **à la bielle (6)** par rapport **R***

a. *Déterminer l'expression de la vitesse* $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$***(C∈6/R)***

b. *Exprimer la vitesse* $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$***(C ∈ 6/R)** dans le repère* $\boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{O},\vec{\boldsymbol{X}},\vec{\boldsymbol{Y}},\vec{\boldsymbol{Z}}\right)$

c. *En adoptant la relation :* $-\,\boldsymbol{e}\,\dot{\boldsymbol{\alpha}}\cos\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{l}\,\dot{\boldsymbol{\beta}}\sin\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$. *Simplifier l'expression* de $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$**(C ∈6/R)**

Remarque *: cette relation est déduite à partir de la dérivée par rapport au temps du résultat obtenu en faisant (* $\overrightarrow{\mathbf{0C}}.\overrightarrow{\boldsymbol{Y}} = \mathbf{0}$ *)*

3. *Déterminer l'expression de la vitesse* $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$**(C∈7/R)**

4. *Sachant que :* $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$**(C ∈7/R)** = $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$**(C ∈6/R)** *. Déduire alors la relation entre les paramètres cinématiques du système :* $\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{f}\left(\dot{\boldsymbol{\alpha}}\,,\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)$

5. *En s'appuyant sur les deux relations suivantes :*

$$\boldsymbol{\beta} = \cos^{-1}\left(\frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{l}}\sin\boldsymbol{\alpha}\right) \quad et \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{-\frac{\boldsymbol{e}\dot{\boldsymbol{\alpha}}}{\boldsymbol{l}}\cos\boldsymbol{\alpha}}{\sqrt{\mathbf{1}-\left(\frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{l}}\sin\boldsymbol{\alpha}\right)^{\mathbf{2}}}}$$

Déduire alors la loi d'entrée sortie du mécanisme : $\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{\alpha}})$