Contrôle continu de mécanique du solide

Système à barres

Deux barres (S_1) et (S_2) de longueur 2ℓ et de masse **m** sont articulées en A l'une par rapport à l'autre
De plus (S_1) est articulée en O et (S_2) est articulée en B par rapport à (S_3)
(S_3) est en liaison glissière d'axe O, $\overrightarrow{y_0}$ par rapport au bati fixe
On cherche à établir les équations d'équilibre issues de l'application du principe fondamental de la dynamique.
En B on considère que les centre de la liaison glissière et de la liaison pivot sont confondus.
On considère les points B et O alignés sur l'axe O, $\overrightarrow{y_0}$

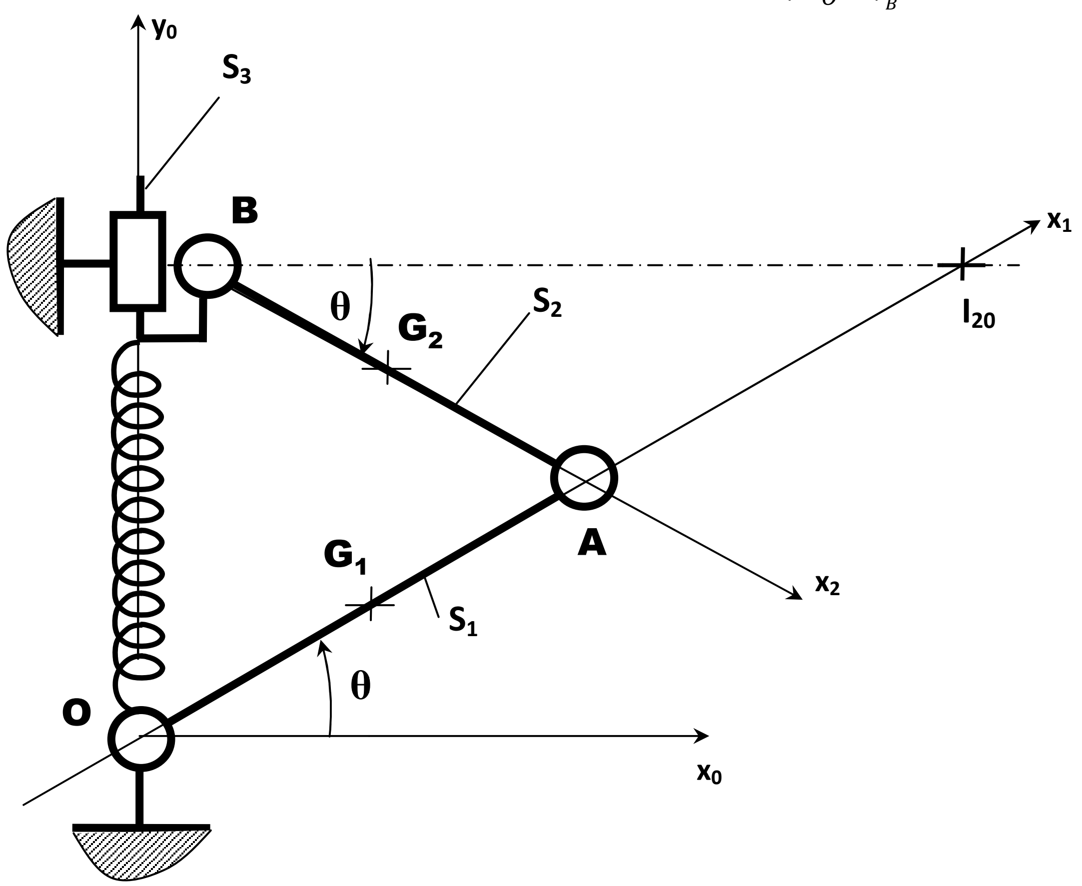
Le repère R_0 (O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$) est lié à la partie fixe
Le repère R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_0}$) est lié à S_1
Le repère R_2 (B, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_0}$) est lié à S_2

Hypothèses :
On considère le système comme plan et on néglige les frottements
On notera ℓ_0 la longueur libre du ressort

On donne les moments d'inertie des barres S_1 et S_2 par rapport à (O, $\overrightarrow{z_0}$) : $I_{G_1 z_0}$ (S_1) = $I_{G_2 z_0}$ (S_2) = $\frac{ml^2}{3}$
La masse du solide (S_3) est négligée.
La force développée par le ressort sera modélisée par le torseur $\{\boldsymbol{T}_{ressort \to S_3}\} = \begin{Bmatrix} -k(y_B - l_0).\overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{O} \end{Bmatrix}_B$

l_0 étant la longueur libre du ressort

L'action de la liaison pivot en A sera modélisée par le torseur $\{\boldsymbol{T}_{S_2 \to S_1}\} = \begin{Bmatrix} X_A.\overrightarrow{x_1} + Y_A.\overrightarrow{y_1} \\ \overrightarrow{O} \end{Bmatrix}_A$
L'action de la liaison pivot en O sera modélisée par le torseur $\{\boldsymbol{T}_{S_0 \to S_1}\} = \begin{Bmatrix} X_O.\overrightarrow{x_0} + Y_O.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{O} \end{Bmatrix}_0$
L'action de la liaison en B sera modélisée par le torseur $\{\boldsymbol{T}_{S_0 \to S_2 + S_3}\} = \begin{Bmatrix} X_B.\overrightarrow{x_0} \\ \overrightarrow{O} \end{Bmatrix}_B$



Questions

1) Réaliser les figures des changements de bases

2) Calculer $\vec{\Omega}\ (S_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}\ (S_2/R_0)$.

3) Expliquer comment a été déterminé I_{20}, le centre instantanné de (S_2) par rapport à R_0

4) Isoler la barre (S_1) , faire le bilan des actions qui lui sont appliquées.

L'action de (S_2) sur (S_1) sera exprimée dans le repère R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_0}$)

Isoler l'ensemble des barres {(S_2) + (S_3)}, faire le bilan des actions qui lui sont appliquées.

5) Ecrire les composantes des torseurs des actions appliquées à (S_1) au point O

6) Ecrire les composantes des torseurs des actions appliquées à {(S_2) + (S_3)} au point I

7) Calculer la vitesse $\vec{V}_{G_1/R_0}$ et l'accélération $\vec{\Gamma}_{G_1/R_0}$ de G_1 par rapport à R_0

8) Calculer la vitesse $\vec{V}_{G_2/R_0}$ et l'accélération $\vec{\Gamma}_{G_2/R_0}$ de G_1 par rapport à R_0

Exprimer les 2 vecteurs dans le repère R_0 (O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$)

9) Calculer le moment cinétique de (S_1) dans son mouvement par rapport à (S_0) au point G_1 puis au point O

10) Calculer le moment cinétique de {(S_2) + (S_3)} dans son mouvement par rapport à (S_0) au point G_2 puis au point I

11) Calculer le moment dynamique de (S_1) dans son mouvement par rapport à (S_0) au point O

Calculer le moment dynamique de {(S_2) + (S_3)} dans son mouvement par rapport à (S_0) au point I

12)Appliquer le théorème du moment dynamique à (S_1) et écrire l'équation qui en résulte

13)Appliquer le théorème du moment dynamique à {(S_2) + (S_3)} et écrire l'équation qui en résulte

14) En combinant les équations obtenues aux questions 12) et 13) déduire la relation entre θ et ses dérivées