

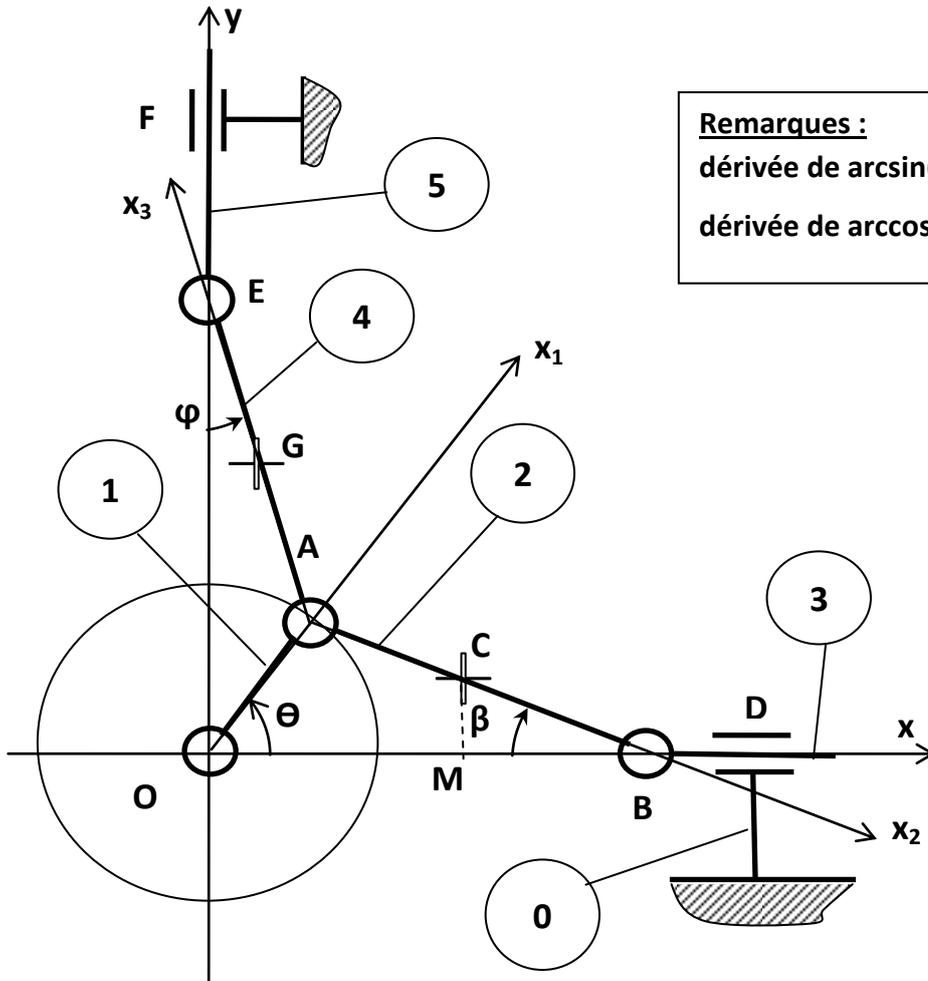
Contrôle de mécanique du solide

1 - Cinématique

Dans le double système bielle-manivelle, l'extrémité d'une tige (OA) de longueur (R) a un mouvement circulaire uniforme avec la **vitesse angulaire (ω) constante**.

Elle entraîne :

- une bielle (AB) de longueur $L_1 > R$ dont l'extrémité B peut coulisser sur un axe Ox
 - une bielle (AE) de longueur $L_2 > R$ dont l'extrémité E peut coulisser sur un axe Oy ;
- à $t = 0, \theta = 0$. Le point C est le milieu de [AB] . Le point G est le milieu de [AE]



Remarques :

$$\text{dérivée de arcsin}(u) : \arcsin(u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$\text{dérivée de arccos}(u) : \arccos(u)' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

- 0 : Partie fixe
- 1 : Manivelle OA
- 2 : Bielle AB
- 3 : Coulisse horizontale
- 4 : Bielle AE
- 5 : Coulisse verticale

- 1) Quelle est l'équation horaire angulaire ($\theta = f(t)$) du point A ?
- 2) Exprimer β en fonction de θ, R et L_1
- 3) Exprimer φ en fonction de θ, R et L_2
- 4) Déterminer le vecteur \overrightarrow{OC}
- 5) En déduire $OM(t)$ en fonction de θ, R et L_1 .
- 6) Déterminer la vitesse de rotation de la bielle $\vec{\Omega}(2/0)$ en fonction de θ et de ses dérivées ainsi que de R et L .
- 7) Déterminer le vecteur vitesse du point A, $\overrightarrow{V}_{A/R}$ en fonction de θ, R et de ses dérivées.
- 8) Déterminer le vecteur vitesse du point B (par changement de point), $\overrightarrow{V}_{B/R}$ en fonction de θ, R et L_1 et de ses dérivées.
- 9) Déterminer le vecteur vitesse du point E (par changement de point), $\overrightarrow{V}_{E/R}$ en fonction de θ, R et L_2 et de ses dérivées.
- 10) Déterminer le vecteur vitesse du point C (par changement de point), $\overrightarrow{V}_{C/R}$ en fonction de θ, R et L_1 et de ses dérivées.
- 11) Déterminer $V_{Bx} = \overrightarrow{V}_{B/R} \cdot \vec{x}$ la projection de sur Ox en fonction de θ, R et L_1 et de ses dérivées.
- 12) Déterminer $\overrightarrow{V}_{A/R} \cdot \overrightarrow{AB}$ ainsi que $\overrightarrow{V}_{B/R} \cdot \overrightarrow{AB}$. Comparer le résultat
- 13) Déterminer $\Gamma_{Bx} = \overrightarrow{T}_{B/R} \cdot \vec{x}$, l'accélération du point B en projection sur Ox en fonction de θ, R et L_1 et de ses dérivées.

2 - Cinétique

On donne ci-après le dessin coté de la bielle (2) ainsi que sa matrice d'inertie.

- 1) Justifiez (calcul) les coordonnées de position du centre de gravité.
- 2) Quels sont les termes nuls de la matrice d'inertie ? Justifiez la forme de la matrice d'inertie.
- 3) Proposez une démarche pour déterminer les termes de la matrice d'inertie.

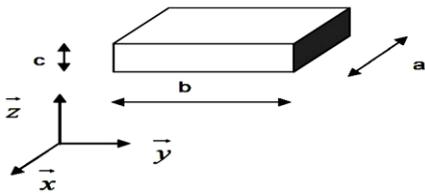
On précisera :

- comment on décompose le solide en volumes élémentaires
- les dimensions des volumes élémentaires
- comment et en quel(s) point(s) sont déterminés les moments d'inertie de chaque volume élémentaire
- comment obtient-on les moment d'inertie à partir des moments d'inertie de chaque volume élémentaire

- 4) Détaillez le calcul du moment d'inertie du solide par rapport à G, \vec{x}

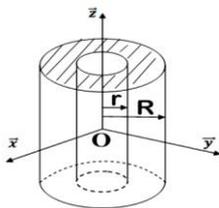
Comparez la valeur trouvée avec la valeur donnée ci-contre. Pour information on donne :

- la matrice d'inertie d'un pavé exprimée en G (centre de gravité)



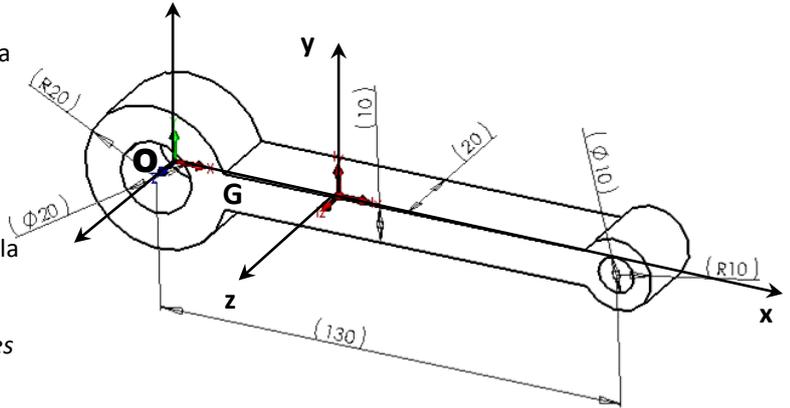
$$I_{G\vec{x}/\vec{z}O} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(b^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(a^2 + c^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(a^2 + b^2) \end{bmatrix}_{\vec{x}O}$$

- la matrice d'inertie d'un cylindre creux (rayon extérieur R , rayon intérieur r et hauteur H) exprimée en O (centre de gravité)



$$[I(s)]_O = \begin{bmatrix} \frac{M}{4}(R^2 + r^2) + \frac{MH^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{4}(R^2 + r^2) + \frac{MH^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{2}(R^2 + r^2) \end{bmatrix}_{(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- 5) Détaillez le calcul de la matrice d'inertie du cylindre creux donnée ci-dessus



Propriétés de masse

Imprimer... Copier Fermer Options... Recalculer

Système de coordonnées de sortie: -- par défaut --

Objets sélectionnés: bielle.SLDPRT

Indure les corps/composants cachés

Montrer le système de coordonnées de sortie dans le coin de la fenêtre

Propriétés de masse assignées

Propriétés de masse de bielle (Part Configuration - Défaut)

Système de coordonnées de sortie : -- par défaut --

Densité = 0.01 grammes par millimètre cube

Masse = 340.79 grammes

Volume = 43690.79 millimètres cubes

Superficie = 13691.36 millimètres carrés

Centre de gravité: (millimètres)

X = 46.32
Y = 0.00
Z = 0.00

Axes d'inertie principaux et moments d'inertie principaux: (grammes * millimètres c
Pris au centre de gravité.

Ix = (1.00, 0.00, 0.00)	Px = 32201.73
Iy = (0.00, 1.00, 0.00)	Py = 825141.44
Iz = (0.00, 0.00, 1.00)	Pz = 834623.96

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)

Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées de sortie.

Lxx = 32201.73	Lxy = 0.00	Lxz = 0.00
Lyx = 0.00	Lyx = 825141.44	Lyz = 0.00
Lzx = 0.00	Lzy = 0.00	Lzz = 834623.96

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)

Pris au système de coordonnées de sortie.

Ixx = 32201.73	Ixy = 0.00	Ixz = 0.00
Iyx = 0.00	Iyy = 1556413.89	Iyz = 0.00
Izx = 0.00	Izy = 0.00	Izz = 1565896.41