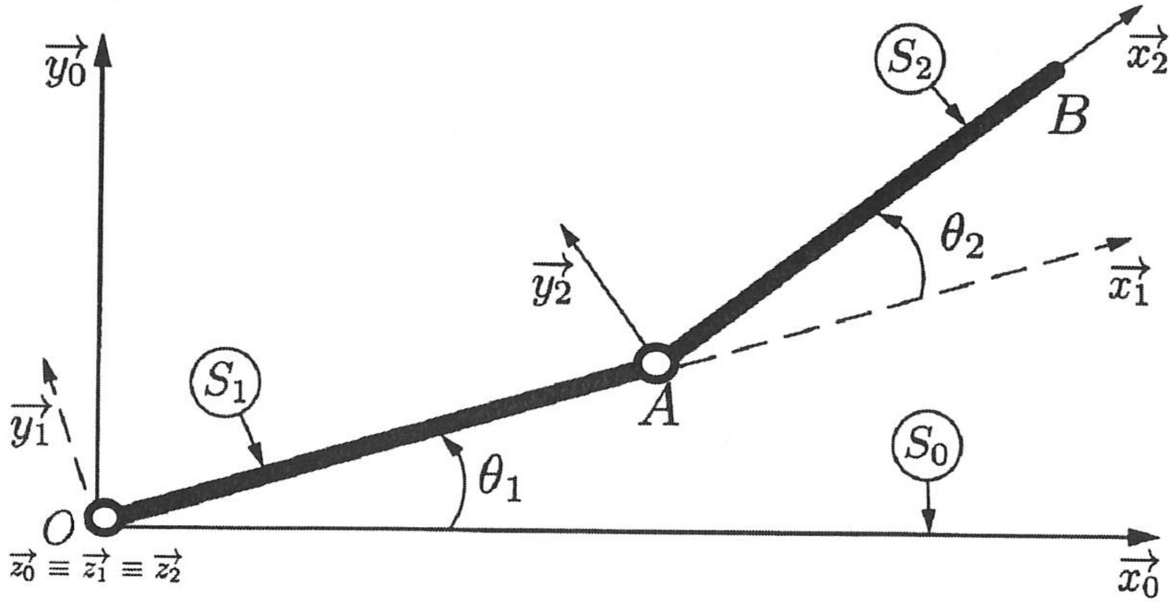
Contrôle continu de mécanique du solide

Robot planaire

Le robot planaire de la figure ci-dessous est à deux degrés de liberté . Il est constitué par deux bras S_1 et S_2 , contenus dans le plan (xOy) d'un repère de référence R_0(O, $\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{z_0}$) lié au bâti S_0 .
On définit deux repères R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_1}$) et R_2 (A, $\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2}$) liés au bras S_1 et S_2
On considère les mouvements suivants :
- S_1 est en rotation de θ_1 par rapport à S_0 autour de l'axe (O, $\overrightarrow{z_0}$), et le bras S_1 est en liaison pivot avec le bâti S_0 au point O
La masse de S_1 est m_1 , son moment d'inertie en son centre de gravité G_1 est I_{G1z} ($\overrightarrow{OG_1} = l_1.\overrightarrow{x_1}$)
- S_2 est en rotation de θ_2 par rapport à S_1 autour de l'axe (O, $\overrightarrow{z_0}$), et le bras S_2 est en liaison pivot avec le bras S_1 au point A
La masse de S_2 est m_2 , son moment d'inertie en son centre de gravité G_2 est I_{G1z} ($\overrightarrow{AG_2} = l_2.\overrightarrow{x_2}$)
On donne par ailleurs les dimensions suivantes : $\overrightarrow{OA} = 2l_1.\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{AB} = 2l_2.\overrightarrow{x_2}$



Questions

1 - Représenter les figures de changement de repère

2 - Calculer $\vec{\Omega}\ (R_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}\ (R_2/R_0)$. En déduire $\vec{\Omega}\ (R_2/R_1)$

3 - Calculer $\overrightarrow{V_{A/R_0}}$, $\overrightarrow{V_{B/R_0}}$, $\overrightarrow{V_{G_1/R_0}}$ et $\overrightarrow{V_{G_2/R_0}}$.

4 - Calculer $\overrightarrow{\Gamma_{A/R_0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{B/R_0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{G_1/R_0}}$ et $\overrightarrow{\Gamma_{G_2/R_0}}$.

5 - Calculer le moment cinétique en 0 de S_1 dans son mouvement par rapport à R_0 $\overrightarrow{\sigma_{O(S_1/R_0)}}$

6 - Calculer le moment cinétique en 0 de S_2 dans son mouvement par rapport à R_0 $\overrightarrow{\sigma_{O(S_2/R_0)}}$

7 - Calculer le moment dynamique en 0 de S_1 dans son mouvement par rapport à R_0 $\overrightarrow{\delta_{O(S_1/R_0)}}$

8 - Calculer le moment dynamique en 0 de S_2 dans son mouvement par rapport à R_0 $\overrightarrow{\delta_{O(S_2/R_0)}}$

L'action de la liaison pivot en O est modélisée par le torseur $\{ \boldsymbol{T}_{S_0 \to S_1} \} = \left\{ \begin{matrix} X_O.\overrightarrow{x_1} + Y_O.\overrightarrow{y_1} \\ \overrightarrow{C_{m0}} = C_{m0}.\overrightarrow{z_0} \end{matrix} \right\}_O$

C_{m0} est le moment du couple du moteur actionnant le système

9 - Par application du principe fondamental de la dynamique (PFD) à un solide ou un ensemble de solides à définir :
- déterminez les équations résultant de l'application du PFD faisant intervenir les composantes X_0 et Y_0
- exprimez les composantes X_0 , Y_0 et C_{m0} en fonction de θ_1 , θ_2 , de leurs dérivées ainsi que de l_1, l_2, m_1, m_2, I_{G1z} , I_{G2z}

On projetera les relations vectorielles sur le repère R_1 (O, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{z_0}$)