

## Cinématique

### Disque roulant dans un anneau

Soit le système suivant constitué :

- d'un anneau circulaire fixe de rayon  $4R$
- d'un disque de rayon  $R$  de centre  $C$
- d'une barre de longueur  $4R$  articulée en  $C$  et qui glisse en  $D$  le long de l'anneau

Le système reste dans le plan  $xy$

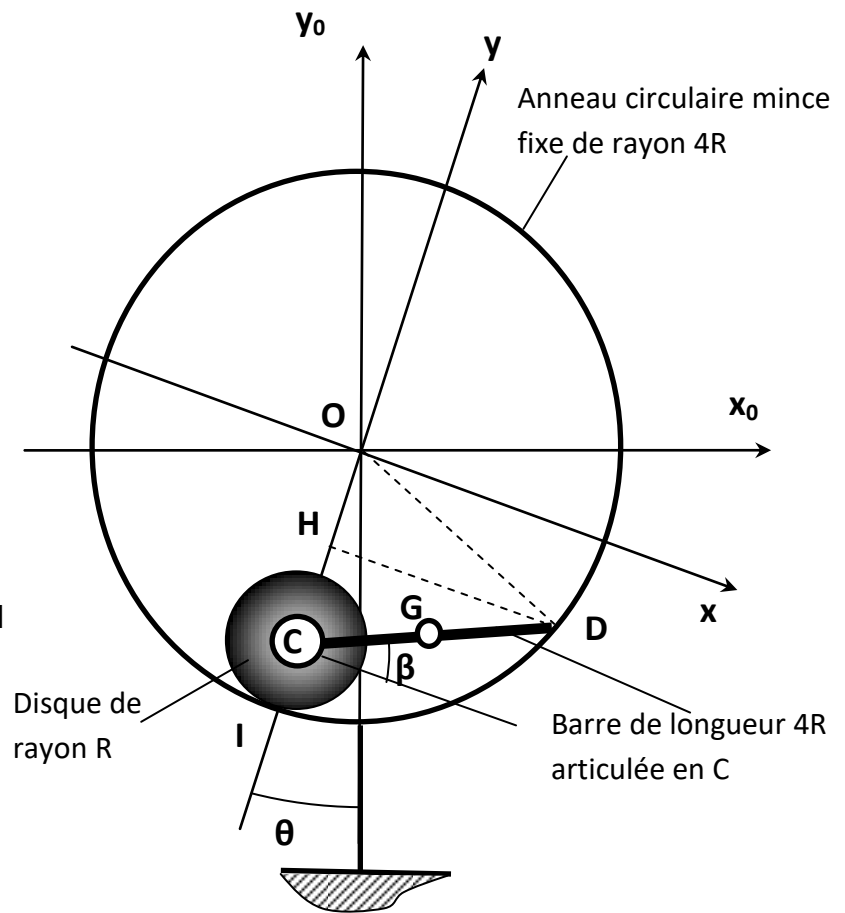
$(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère lié à l'anneau de rayon  $4R$

$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  repère lié au disque de rayon  $R$

Le disque de rayon  $R$  roule sans glisser en  $I$

On pose :

- $\omega$  : vitesse rotation du disque par rapport à la partie fixe autour de  $Iz$
- $\Omega$  : vitesse rotation de la tige  $CD$  par rapport à la partie fixe autour de  $Oz$



### Questions

- 1) Exprimer le vecteur  $\vec{OC}$  dans le repère  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
- 2) Par dérivation, exprimer le vecteur vitesse  $\vec{V}_{C/R_0}$  en fonction de  $R$ ,  $\theta$  et ses dérivées
- 3) Exprimer le vecteur vitesse  $\vec{V}_{I \text{ Disque/Anneau}}$
- 4) Par changement de point avec  $I$ , exprimer  $\vec{V}_{C \text{ disque}/R_0}$  en fonction de  $R$ ,  $\omega$
- 5) En déduire une relation entre  $\omega$  et  $\theta$
- 6) Exprimer  $\vec{V}_{C \text{ tige}/R_0}$  en fonction de  $R$  et  $\Omega$
- 7) En déduire une relation entre  $\Omega$  et  $\theta$
- 8) Démontrer que  $\sin\beta = \frac{3}{8}$  et  $\cos\beta = \frac{\sqrt{55}}{8}$
- 9) Déterminer l'expression de  $\vec{V}_{G/R_0}$  en fonction de  $R$ , de  $\theta$  et de ses dérivées
- 10) Déterminer l'expression de  $\vec{\Gamma}_{G/R_0}$  en fonction de  $R$ , de  $\theta$  et de ses dérivées