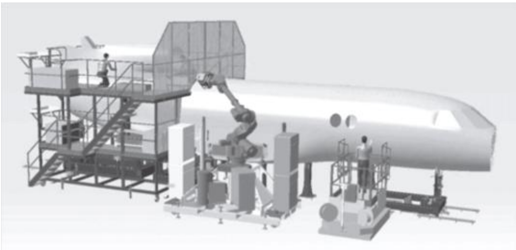
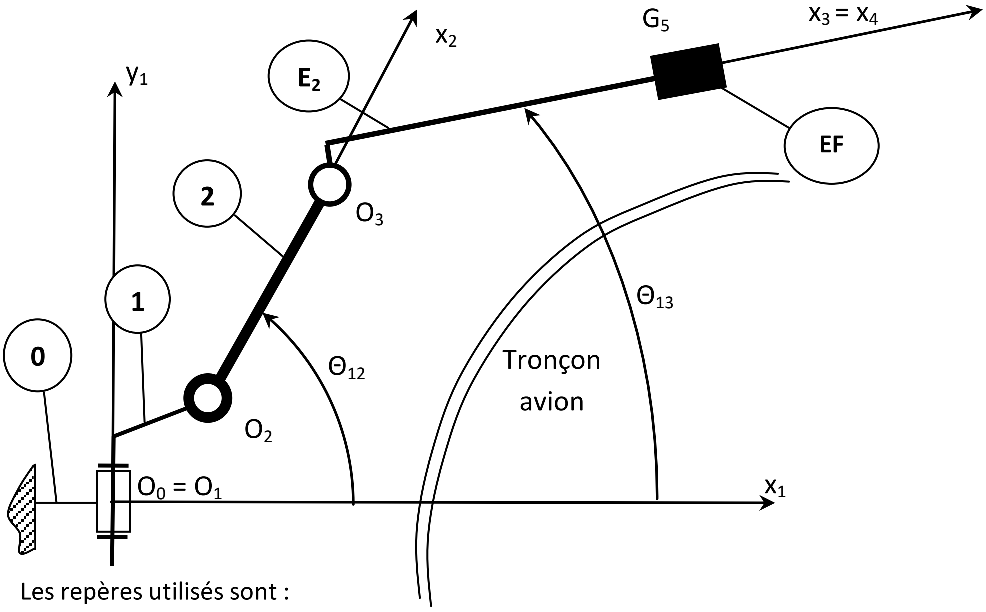
Robot d'assemblage de structure aéronautique

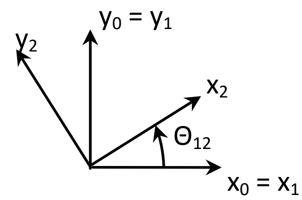
Les éléments de structure d'un avion sont assemblés entre eux par des éléments de fixation appelés rivets : c'est l'opération de rivetage. L'assemblage complet correspond à une succession d'opérations à répéter pour chacun des points de fixation :

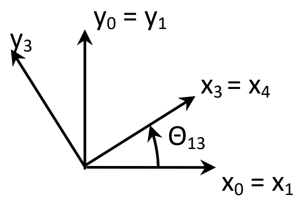
- *mise en place des éléments à assembler ;*
- *perçage des éléments ;*
- *dépose d'un rivet ;*
- *pose d'une bague déformable ;*
- *serrage du rivet par déformation de la bague.*

Ces opérations devant être répétées un très grand nombre de fois (environ 300 heures d'opérations d'assemblage sur un avion) le gain de productivité apporté par la cellule est important.
De plus, l'utilisation d'un robot permet de diminuer le nombre d'opérations de montage / démontage des éléments à assembler (comparativement à un travail manuel) ce qui permet un gain de travail supplémentaire.









Les repères utilisés sont :

- $R_0(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ lié à l'embase fixe 0 , $\vec{y_0}$ étant l'axe vertical ascendant
- $R_1(O_1, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ lié à l'embase de rotation **1**
- $R_2(O_2, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ lié au bras **2**
- $R_3(O_3, \vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_3})$ lié à l'ensemble $\mathbf{E_2}$

$\overrightarrow{O_1O_2} = L_1.\vec{x_1} + L_2.\vec{y_1}$; $\vec{z_1} = \vec{z_2}$
$(\vec{x_1}, \vec{x_2}) = (\vec{y_1}, \vec{y_2}) = \Theta_{12}$
$\overrightarrow{O_2O_3} = L_3.\vec{x_2}$; $\vec{z_1} = \vec{z_2}$
$(\vec{x_1}, \vec{x_3}) = (\vec{y_1}, \vec{y_3}) = \Theta_{13}$

M_2 : masse du bras (2) , centre de gravité tel que : $\overrightarrow{O_2G_2} = \frac{L_3}{2}.\vec{x_2}$

M_{E2} : masse de l'ensemble E_2 , centre de gravité tel que : $\overrightarrow{O_3G_3} = \frac{L_4}{3}.\vec{x_3} + L_5.\vec{y_3}$
Son **moment d'inertie** par rapport à l'axe (O_3, $\vec{z_3}$) est noté $\mathbf{J_{E2}}$

M_{EF} : masse de l'ensemble E_F , centre de gravité tel que : $\overrightarrow{O_3G_5} = L_4.\vec{x_3} + L_5.\vec{y_3} + L_6.\vec{x_3} + L_7.\vec{x_3}$
Son **moment d'inertie** par rapport à l'axe (G_5, $\vec{z_3}$) est noté $\mathbf{J_{EF}}$

C_{23} est le moment du couple articulaire exercé par le moteur en O_3 sur le bras (3) . L'inertie de son rotor est négligée
L'objectif de cette étude est de déterminer le couple articulaire C_{23} sur le bras (3) afin de garantir l'accélération maximale

Rappels :

Le torseur $\{\tau_{(2\to 1)}\}$ ***associé à l'action mécanique exercée en A, par un solide 2 sur un solide 1 sera noté :***

$$\{\mathcal{T}_{(2\to1)}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M_{A_{2\to1}}}\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{2\to1}} = X_A.\vec{x} + Y_A.\vec{y} + Z_A.\vec{z}\\ \overrightarrow{M_{A_{2\to1}}} = L_A.\vec{x} + M_A.\vec{y} + N_A.\vec{z}\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)} = {}_A\left\{\begin{matrix}X_A & L_A\\ Y_A & M_A\\ Z_A & N_A\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinématique $\{\,v_{2/1)}\}$ ***du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R exprimé au point A sera noté :***

$$\{v_{(S/R)}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}}\\ \overrightarrow{V_{A_{S/R}}}\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \omega_x.\vec{x} + \omega_y.\vec{y} + \omega_z.\vec{z}\\ \overrightarrow{V_{A_{S/R}}} = v_{Ax}.\vec{x} + v_{Ay}.\vec{y} + v_{Az}.\vec{z}\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)} = {}_A\left\{\begin{matrix}\omega_x & v_{Ax}\\ \omega_y & v_{Ay}\\ \omega_z & v_{Az}\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinétique $\{\,C_{S/R)}\}$ ***du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :***

$$\{C_{(S/R)}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}m\,\overrightarrow{V_{G_{S/R}}}\\ \overrightarrow{\sigma_{A_{S/R}}}\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}m\,\overrightarrow{V_{G_{S/R}}}\\ \overrightarrow{\sigma_{A_{S/R}}} = m\,\overrightarrow{AG}\wedge\overrightarrow{V_{A\ S/R}} + \overrightarrow{J_A}(S,\overrightarrow{\Omega_{S/R}})\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)} \quad \overrightarrow{J_A} = \text{opérateur d'inertie de S en A}$$

Le torseur dynamique $\{\,D_{S/R)}\}$ ***du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :***

$$\{D_{(S/R)}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}m\,\overrightarrow{\Gamma_{G_{S/R}}}\\ \overrightarrow{\delta_{A_{S/R}}}\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}m\,\overrightarrow{\Gamma_{G_{S/R}}}\\ \overrightarrow{\delta_{A(S/R)}} = \left[\frac{d}{dt}\,\overrightarrow{\sigma_{A(S/R)}}\right]_R + \text{m}.\overrightarrow{V_{A_{S/R}}}\wedge\overrightarrow{V_{G_{S/R}}}\end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}$$

L'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$T_{(S/R)} = \frac{1}{2}\{C_{(S/R)}\}\otimes\{v_{(S/R)}\} = m\,\overrightarrow{V_{G_{S/R}}}.\overrightarrow{V_{A_{S/R}}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{\sigma_{A_{S/R}}}$$

Hypothèses

- *l'étude est réalisée pour une demi couture orbitale (couture supérieure) ;*
- *le repère $R_0(O_0,\vec{x}_0,\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ sera supposé galiléen ;*
- *$\overrightarrow{y_0}$ est l'axe vertical ascendant et $\vec{g}$=- g. $\overrightarrow{y_0}$ avec g = 9.81 m.s^{-2} ;*
- *toutes les liaisons sont supposées parfaites*
- ***l'angle Θ_{12} est supposé constant***

Questions

1) Déterminer l'expression du vecteur vitesse du point G_3, $\overrightarrow{V_{G_3\in E_2/R_1}}$ en fonction de L_4, L_5 ,Θ_{13} et de ses dérivées
2) Déterminer l'expression du vecteur vitesse du point G_5, $\overrightarrow{V_{G_5\in E_F/R_1}}$ en fonction de L_4, L_6, L_7 ,Θ_{13} et de ses dérivées
3) Déterminer l'expression du vecteur accélération du point G_3, $\overrightarrow{\Gamma_{G_3\in E_2/R_1}}$ en fonction de L_4, L_5 ,Θ_{13} et de ses dérivées
4) Déterminer l'expression du vecteur accélération du point G_5, $\overrightarrow{\Gamma_{G_5\in E_F/R_1}}$ en fonction de L_4, L_6, L_7 ,Θ_{13} et de ses dérivées
5) Déterminer le moment cinétique de E_2 en O_3 par rapport à R_1 $\overrightarrow{\sigma_{O_3\,E_2/R_1}}$
6) Déterminer le moment cinétique de E_F en O_3 par rapport à R_1 $\overrightarrow{\sigma_{O_3\,E_F/R_1}}$
7) Déterminer le moment dynamique de E_2 en O_3 par rapport à R_1 $\overrightarrow{\delta_{O_3\,E_2/R_1}}$
8) Déterminer le moment dynamique de E_F en O_3 par rapport à R_1 $\overrightarrow{\delta_{O_3\,E_F/R_1}}$
9) Déterminer le torseur des efforts extérieurs appliqués à l'ensemble $\{E_2\ ,E_F\ \}$ exprimé au point O_3
10) Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble $\{E_2\ ,E_F\ \}$ et écrire les équations qui en résultent
11) En déduire l'expression du couple C_{23} en fonction de J_{E2}, J_{EF}, M_{EF}, L_4, L_5, L_6, L_7, g puis Θ_{13} et de ses dérivées
12) Déterminer l'énergie cinétique de E_2 dans son mouvement par rapport au repère R_1
13) Déterminer l'énergie cinétique de E_F dans son mouvement par rapport au repère R_1
14) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\{E_2\ ,E_F\}$
15) Déterminer la puissance des efforts extérieurs et intérieurs
16) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique puis retrouver l'équation établie à la question 10
17) En déduire l'expression du couple C_{23} et vérifier que l'on retrouve un résultat identique à la question 11

L'accélération $\ddot{\Theta}_{13}$ est supposée constante

18) Etablir l'expression de tgΘ_{13} et en déduire la valeur de Θ_{13} pour C_{23} maximum