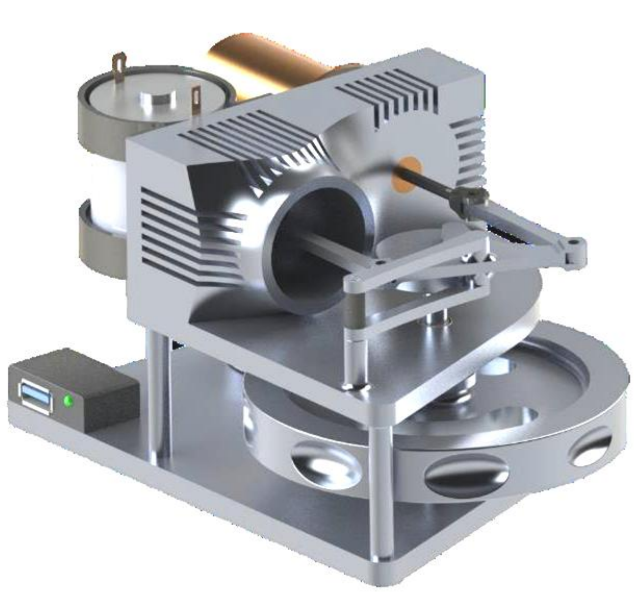
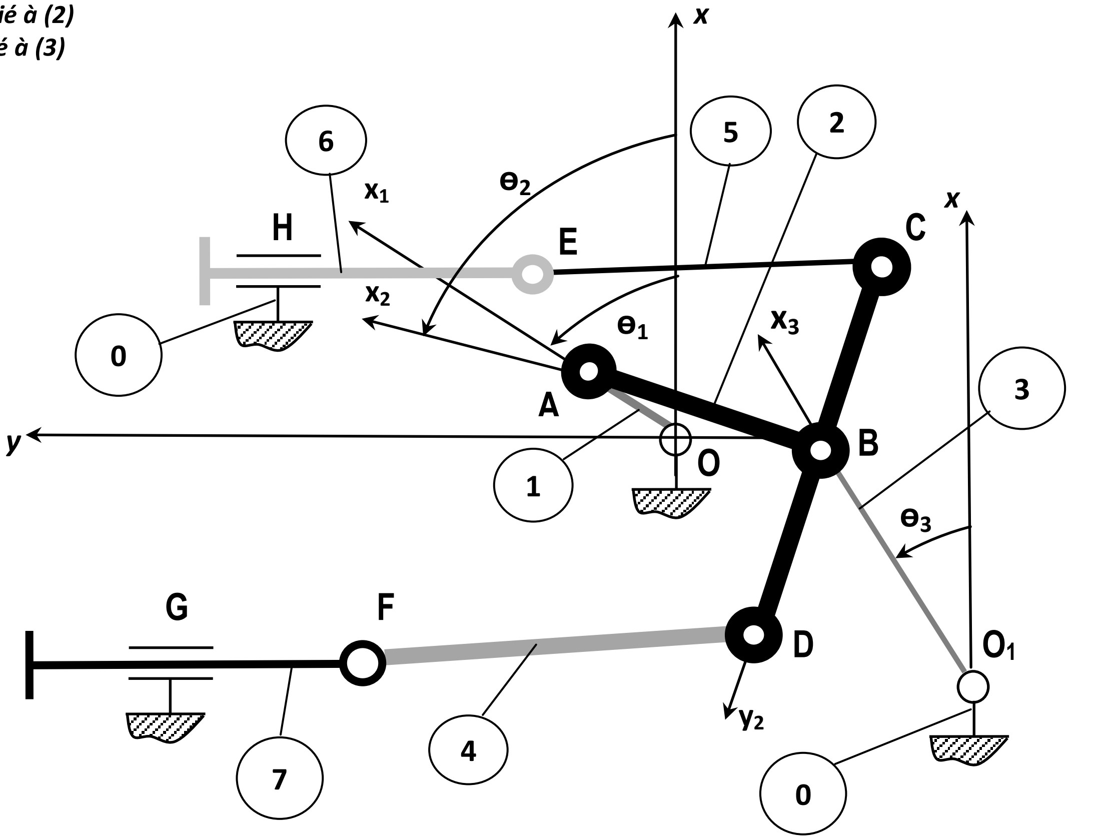
Contrôle mécanique du solide

Système de transformation de mouvement

Le système ci-dessous est issu d'un chargeur de téléphone à moteur stirling (ci-contre) et permet de transformer un mouvement de translation alternatif de (6) et de (7) en un mouvement de rotation continu de la manivelle OA (1)
La chaîne cinématique est constituée de la manivelle (1), d'un palonnier (2), biellette (3) d'une bielle (4) , d'une bielle (5) , d'un coulisseau (6) et d'un coulisseau (7)
La manivelle (1) est animée d'un mouvement de rotation uniforme avec la **vitesse angulaire (ω) constante** et entraine une dynamo électrique non représenté sur le schéma



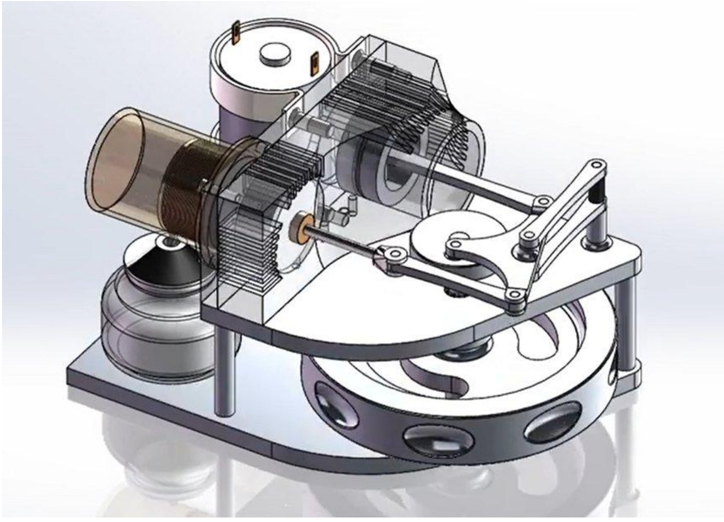
($\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$) repère lié à la partie fixe(0)
($\vec{x_1}$, $\vec{y_1}$, $\vec{z}$) repère lié à (1)
($\vec{x_2}$, $\vec{y_2}$, $\vec{z}$) repère lié à (2)
($\vec{x_3}$, $\vec{y_3}$, $\vec{z}$) repère lié à (3)



Données géométriques :

$\overrightarrow{OA}$ = R. $\overrightarrow{x_1}$; $\overrightarrow{AB}$ = - L. $\overrightarrow{x_2}$; $\overrightarrow{BD}$ = b. $\overrightarrow{y_2}$; $\overrightarrow{O_1B}$ = d. $\overrightarrow{x_3}$; $\overrightarrow{CB}$ = c. $\overrightarrow{y_2}$; θ_1 = ($\vec{x}$, $\overrightarrow{x_1}$) ; θ_2 = ($\vec{x}$, $\overrightarrow{x_2}$) ; θ_3 = ($\vec{x}$, $\overrightarrow{x_3}$) ;
DF = L_4 ; CE = L_5

Pour simplifier les calculs on considère que les barres (DF) et (CE) restent horizontales (suivant Oy)



Questions

1) Représenter les figures de changement de repère faisant apparaitre les angles θ_1 , θ_2 et θ_3
2) Quelle est l'équation horaire angulaire (Θ_1 = f(t))?
3) Déterminer les vitesses de rotation $\vec{\Omega}\,(1/0)$, $\vec{\Omega}\,(2/0)$, $\vec{\Omega}\,(3/0)$ en fonction de θ_1 , θ_2 , θ_3 et de leurs dérivées
4) Déterminer le vecteur vitesse du point A (par dérivation) , $\overrightarrow{V_{A\ 1/R}}$ en fonction de θ_1, R et de ses dérivées.
(exprimer le vecteur dans le repère $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$, $\vec{z}$)
5) Déterminer le vecteur vitesse du point B (par dérivation), $\overrightarrow{V_{B\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 ,R, L et de leurs dérivées.
6) Déterminer le vecteur vitesse du point B (par changement de point avec A), $\overrightarrow{V_{B\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 ,R, L et de leurs dérivées.
7) Déterminer le vecteur vitesse du point B (par dérivation), $\overrightarrow{V_{B\ 3/R}}$ en fonction de θ_3 , d et de leurs dérivées.
(exprimer le vecteur dans repère $\overrightarrow{x_3}$, $\overrightarrow{y_3}$, $\vec{z}$)
8) Etablir une relation entre $\overrightarrow{V_{B\ 2/R}}$ et $\overrightarrow{V_{B\ 3/R}}$ puis en déduire deux relations faisant intervenir θ_1 , θ_2 , θ_3
9) Déterminer le vecteur vitesse du point D (par dérivation) , $\overrightarrow{V_{D\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 et de leurs dérivées.
10) Déterminer le vecteur vitesse du point D (par changement de point avec B) , $\overrightarrow{V_{D\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 et de leurs dérivées.
11) Déterminer le vecteur vitesse du point C (par dérivation), $\overrightarrow{V_{C\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 et de leurs dérivées.
12) Déterminer le vecteur vitesse du point C (par changement de point avec B), $\overrightarrow{V_{C\ 2/R}}$ en fonction de θ_1 , θ_2 et de leurs dérivées.
13) Etablir une relation entre $\overrightarrow{V_{C\ 2/R}}$ et $\overrightarrow{V_{C\ 5/R}}$ puis entre $\overrightarrow{V_{D\ 2/R}}$ et $\overrightarrow{V_{D\ 4/R}}$
14) Sachant que les barres (DF) et (CE) restent horizontales en déduire $\overrightarrow{V_{E\ 6/R}}$ et $\overrightarrow{V_{F\ 7/R}}$
15) Ecrire les torseurs cinématiques suivants :
- Torseur cinématique du mouvement de 1 par rapport à R exprimé en A
- Torseur cinématique du mouvement de 2 par rapport à R exprimé en A puis en B
- Torseur cinématique du mouvement de 3 par rapport à R exprimé en B

Rappel : ***Le torseur cinématique { $\mathcal{V}_{2/1}$ } du mouvement d'un solide 2 par rapport à un solide 1 exprimé au point A sera noté :***

$$\left\{\mathcal{V}_{(2\to1)}\right\} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{A2/1}}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_{x21}.\vec{x} + \omega_{y21}.\vec{y} + \omega_{z21}.\vec{z}\\ \overrightarrow{V_{A2/1}} = v_{Ax21}.\vec{x} + v_{Ay21}.\vec{y} + v_{Az21}.\vec{z}\end{Bmatrix}$$

16) Déterminer $\overrightarrow{\Gamma_{B\ 2/R}}$, l'accélération du point B en fonction de θ_1 , θ_2 et de leurs dérivées.
17) Déterminer $\overrightarrow{\Gamma_{B\ 3/R}}$, l'accélération du point B en fonction de θ_3 et de ses dérivées.