Contrôle continu de statique

Le sismomètre SEIS (Seismic Experiment for Interior Structures), déployé à la surface de Mars, est protégé des variations de la température et du vent à l'aide d'un bouclier thermique et d'une coque de protection. SEIS comporte deux sismomètres indépendants, le VBB (Very Broad Band) et le SP (Short Periods), montés sur une structure commune pouvant être réglée à l'horizontale grâce à des pieds de longueur variable.

– Le sismomètre VBB comporte trois systèmes identiques, composés chacun d'un pendule et d'un bâti, inclinés différemment par rapport au sol. Ils sont fixés dans une sphère en titane sous vide, et sensibles à une large bande de fréquence d'ondes sismiques, entre 0,01Hz et 0,5 Hz.

– Le sismomètre SP est adapté aux ondes sismiques de plus hautes fréquences, entre 0,1 et 50 Hz.

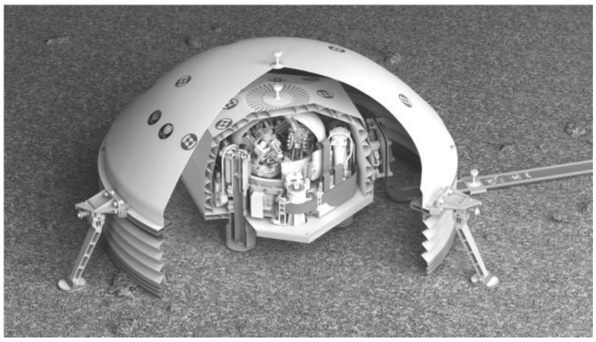
Dans ce sujet, on s'intéresse uniquement au sismomètre VBB. Une vue détaillée d'un des systèmes du VBB est fournie sur la figure ci-dessus et le détail des différents éléments qui le constituent est fourni ci-après.

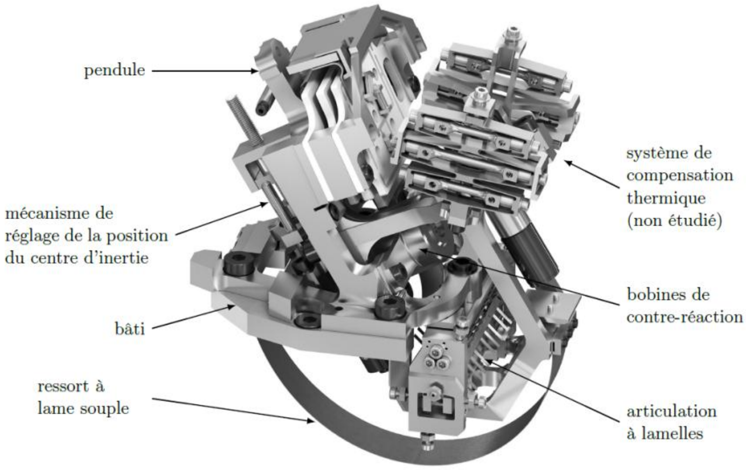
Comme pour les applications terrestres, chaque système du sismomètre VBB possède un pendule qui oscille par rapport à un bâti sous l'impulsion de secousses sismiques transmises par le sol à l'instrument.

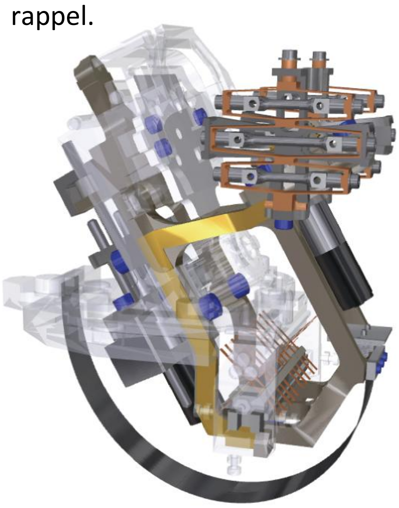
Une articulation à lamelles permet des mouvements de très faible amplitude avec un minimum de frottements visqueux entre le pendule et le bâti, et sans jeu.

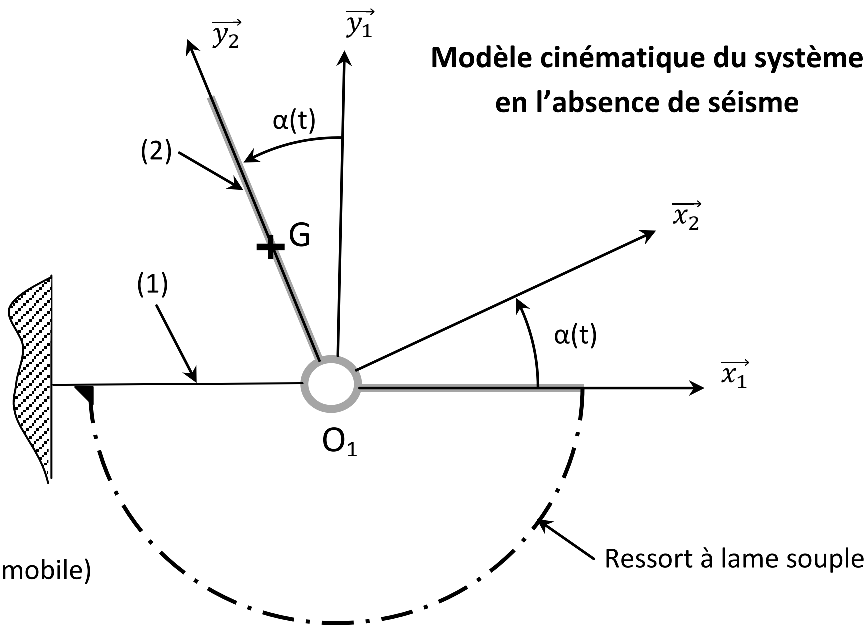
Elle constitue l'axe de rotation du pendule dans son mouvement par rapport au bâti.

Le sismomètre VBB s'appuie sur le principe du pendule inversé. L'instabilité inhérente au pendule inversé lui confère une plus grande sensibilité que celle d'un pendule classique. Bien qu'instable par nature, le pendule inversé du sismomètre VBB conserve son équilibre grâce à un ressort à lame souple, recourbé en demi-cercle, et qui applique en permanence une action mécanique de rappel.









Modèle cinématique du système en l'absence de séisme

(1) : Bâti lié au sol

(2) : Pendule (pièce mobile)

$\overrightarrow{O_1G} = d.\vec{y_2}$

α(t) = ($\vec{x_1}$, $\vec{x_2}$) = ($\vec{y_1}$, $\vec{y_2}$)

Notations

G	Centre d'inertie du pendule (2)	
M	Masse du pendule (2)	M
C_0	Moment de précontrainte de l'ensemble { ressort+articulation }	
k	Raideur de l'ensemble { ressort+articulation } sur l'axe (O_1, $\overrightarrow{z_1}$)	
α_0	Position angulaire à vide du pendule	$\alpha_0 = 30°$
α_{eq}	Position angulaire du pendule à l'équilibre (sous l'effet des actions de la pesanteur et du ressort)	
g_M	Champ de la pesanteur à la surface de Mars, de direction - $\overrightarrow{y_1}$	$g_M = 4\ m{\cdot}s^{-2}$
m	Masselotte mobile	m = 60 g

Hypothèses

Le référentiel R_1, auquel est associé le repère $R_1 = (O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ lié au sol, est supposé galiléen en l'absence de séisme.

La liaison pivot réalisée par l'articulation à lamelles sur l'axe de rotation (O_1, $\overrightarrow{z_1}$) du pendule par rapport à (1) n'est pas parfaite. Les frottements visqueux sont pris en compte à travers un coefficient de frottement μ (μ > 0) :

$$\{\mathcal{T}_{(1\to 2)}\} = {}_{O_1}\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1\to 2}} = X_{O_1}.\overrightarrow{x_1} + Y_{O_1}.\overrightarrow{y_1} + Z_{O_1}.\overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{M_{O_{1\,1\to 2}}} = L_{O_1}.\overrightarrow{x_1} + M_{O_1}.\overrightarrow{y_1} - \mu.\dot{\alpha}(t).\overrightarrow{z_1} \end{array}\right\}_{(x_1,y_1,z_1)}$$

L'action de rappel de l'ensemble {ressort+ articulation} est assimilée à un couple sur l'axe de rotation (O_1, $\overrightarrow{z_1}$) du pendule :

$$\{\mathcal{T}_{(ressort\to 2)}\} = {}_{O_1}\left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ (\,C_0 - \mathrm{k}.(\alpha(t) - \alpha_0\,)).\overrightarrow{z_1} \end{array}\right\}_{(x_1,y_1,z_1)}$$

Objectif :

Définir la position d'équilibre du pendule et valider l'exigence de réglage à distance de cette position.

(Moment généré par le déplacement du centre d'inertie du pendule : **± 0,9 N.mm** sur l'axe de rotation du pendule)

Questions

1) Ecrire le torseur du poids du pendule 2 $\{\mathcal{T}_{(g\to 2)}\}$ en G et en O_1

Lorsque $\boldsymbol{\alpha(t) = \alpha_{eq}}$, on cherche à exprimer le moment de précontrainte C_0 en fonction des autres paramètres de l'étude.

2) Quel solide ou ensemble de solides faut-il isoler ?

3) Isoler ce solide ou cet ensemble de solides et faire le bilan des actions qui lui sont appliquées

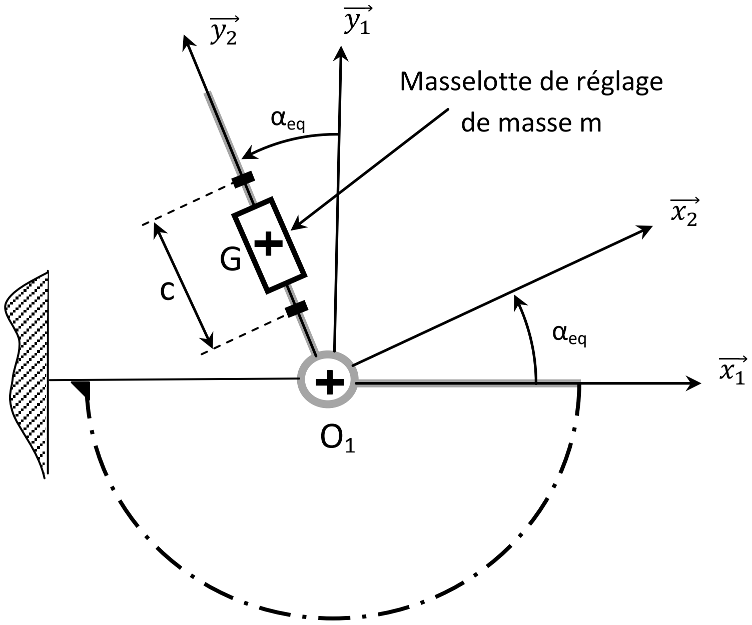
4) Par application du Principe Fondamental de la Statique (on précisera les conditions nécessaires) au solide ou à l'ensemble de solides isolé, lorsque $\alpha(t) = \alpha_{eq}$, écrire les équations d'équilibre.

5) Exprimer le moment de précontrainte C_0 en fonction des autres paramètres de l'étude.

6) Déterminer les composantes $X_{O_1}, Y_{O_1}, Z_{O_1}, L_{O_1}, M_{O_1}$ en fonction des autres paramètres de l'étude.

Réglage de la position du centre d'inertie

Le mécanisme de réglage de la position du centre d'inertie du pendule est constitué d'une masselotte guidée en translation par rapport à (2) le long de l'axe (O_1; $\overrightarrow{y_2}$)
Le réglage doit permettre d'imposer $\alpha_{eq} = \alpha_0$ en cas de défauts d'inclinaison du sol.
La masselotte de masse m = 60 g a une amplitude de translation c = 18 mm, centrée sur la position idéale de G en l'absence de défauts d'inclinaison. Cette masse m est incluse dans la masse M de (2).
On donne $g_M = 4\ m \cdot s^{-2}$ et $\alpha_0 = 30°$.



7) Sachant que $\overrightarrow{O_1G} = d.\overrightarrow{y_2}$ et que $d_{max} - d_{min} = c$ **,** calculer le moment en N.mm sur l'axe de rotation du pendule (en O_1), généré par le déplacement de la masse m, en supposant $\alpha_{eq} = \alpha_0$

8) Conclure vis-à-vis de l'exigence :
« Moment généré par le déplacement du centre d'inertie du pendule : **± 0,9 N.mm** sur l'axe de rotation du pendule »