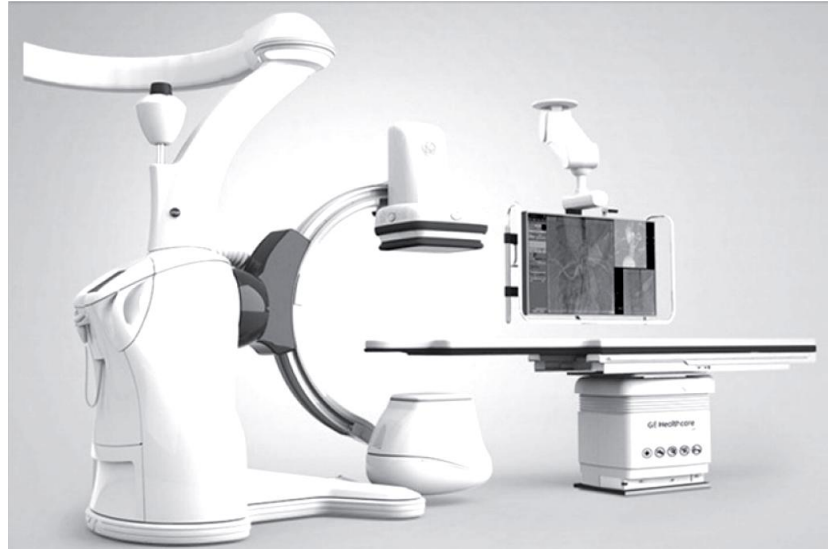


## Contrôle continu de dynamique

### Système mobile d'imagerie interventionnelle Discovery IGS 730

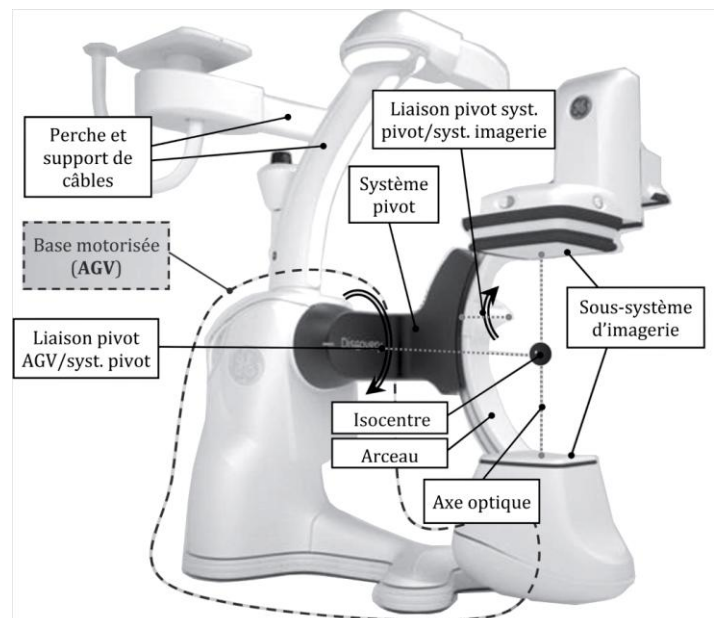
Le Discovery IGS 730 est le premier système mobile d'imagerie interventionnelle. Embarquant un ensemble de logiciels de traitement d'images pour les applications vasculaires, l'oncologie et la cardiologie et permettant un accès complet au patient, il guide les gestes de l'équipe médicale tout au long de l'intervention chirurgicale.



Contrairement aux systèmes d'angiographie traditionnels, il n'est ni fixé au sol, ni suspendu au plafond, mais dispose d'une base motorisée guidée par laser qui transporte l'arceau d'imagerie. Cette innovation technologique offre une mobilité totale au système qui peut, par exemple, rejoindre de manière autonome une position « parking » prédéfinie afin de laisser tout le champ disponible à l'équipe médicale pour s'occuper du patient.

Le système Discovery IGS 730 est constitué principalement :

- d'une base motorisée, aussi appelée AGV (pour Automated Guided Vehicle, soit véhicule à guidage automatique) ;
- d'une perche et d'un support de câbles ;
- du sous-système d'imagerie supporté par un bras en « C » ou arceau. Le système d'imagerie est lié à la base motorisée par l'intermédiaire de deux liaisons pivot. Un point caractéristique appelé « isocentre » (point  $I_c$ ) est rattaché au sous-système d'imagerie. Il est défini comme l'intersection de l'axe optique et de l'axe de la liaison pivot AGV/système pivot.



## Objectif

Déterminer les valeurs de décélérations maximales en cas d'arrêt d'urgence garantissant la sécurité du patient et du personnel lors d'une manoeuvre de translation.

Une procédure de freinage d'urgence est prévue pour immobiliser le système au plus tôt lorsqu'un problème est rencontré au cours de son déplacement. Pour des raisons évidentes de sécurité, le système doit s'arrêter le plus rapidement possible sans toutefois que la décélération n'entraîne le basculement de l'engin ou encore du glissement au niveau des roues motrices.

Le problème est supposé plan et se ramène à l'étude du système  $\Sigma$  composé des éléments :

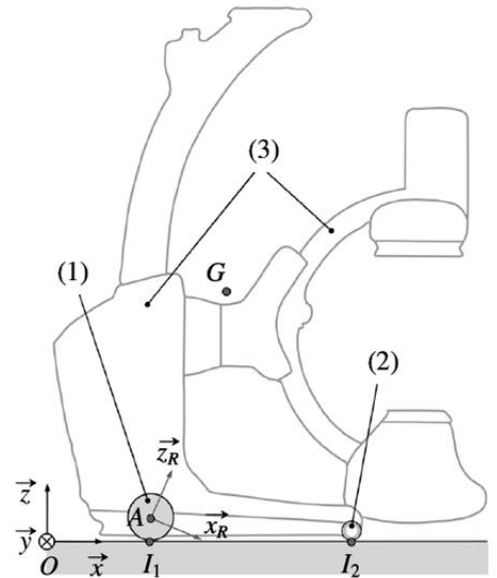
- (1) : roue motrice ;
- (2) : roue folle ;
- (3) : cadre et arceau d'imagerie.

Le repère R ayant pour origine le point O et muni de la Base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est attaché à la salle d'intervention (0).

Le référentiel associé est supposé galiléen.

Le système est animé d'un mouvement de translation suivant  $+\vec{x}$ , (sens 1) tel que  $\overrightarrow{V_{G \Sigma / R}} = u(t) \vec{x}$ , avec  $u(t) > 0$ .

Lors de ce mouvement, les roues sont animées d'un mouvement de rotation. L'angle de rotation d'une roue par rapport à R est défini par :  $\theta_R = (\vec{x}, \vec{x}_R) = (\vec{z}, \vec{z}_R)$ .



## Hypothèses

La roue motrice (1) roule sans glisser sur le sol (0) au point  $I_1$ .

La résistance au roulement est négligée.

### Caractéristiques géométriques et d'inertie des solides

— ensemble du système  $\Sigma$  : centre d'inertie G tel que  $\overrightarrow{I_1 G} = x_G \cdot \vec{x} + z_G \cdot \vec{z}$  avec  $x_G = 450\text{mm}$  et  $z_G = 950\text{mm}$ , masse  $m_\Sigma = 840\text{ kg}$  ;

— roue motrice (1) : rayon  $r = 115\text{ mm}$ , J représente le **moment d'inertie** par rapport à l'axe  $(A, \vec{y})$  ;

— empattement du système :  $I_1 I_2 = \ell = 1\text{ m}$ .

L'action du sol sur la roue motrice (1) sera modélisée par :  $\{\mathcal{J}_{(0 \rightarrow 1)}\}_{I_1} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow 1}} = -X_{01} \cdot \vec{x} + Z_{01} \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{I_1 0 \rightarrow 1}} = \vec{0} \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$

L'action du sol sur la roue folle (2) sera modélisée par :  $\{\mathcal{J}_{(0 \rightarrow 2)}\}_{I_2} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow 2}} = Z_{02} \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{I_2 0 \rightarrow 2}} = \vec{0} \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$

L'action de freinage sur la roue motrice (1) sera modélisée par :  $\{\mathcal{J}_{(frein \rightarrow 1)}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{frein \rightarrow 1}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_{A frein \rightarrow 1}} = -C_f \cdot \vec{y} \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$

## Condition de non-basculement

Au cours du freinage, le système ( $\Sigma$ ) subit une décélération  $\overrightarrow{\Gamma_{G/R}} = -\gamma \cdot \vec{x} = -r \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x}$ , avec  $\ddot{\theta} < 0$

Afin de s'assurer du non-basculement du système, il est nécessaire de déterminer la valeur de **décélération limite**  $\gamma_{NB}$  pour laquelle apparaît un **décollement de la roue motrice**.

### Questions

- 1) Isoler l'ensemble ( $\Sigma$ ) et faire le bilan des actions qui lui sont appliquées
  - 2) Par application du théorème de la résultante dynamique à l'ensemble ( $\Sigma$ ) suivant l'axe du mouvement, déterminer l'expression de la composante tangentielle  $X_{01}$  appliquée à la roue motrice (1) en fonction de la décélération  $\gamma$ .
  - 3) Déterminer le moment résultant en A  $\overrightarrow{M_{A \bar{1} \rightarrow 1}}$  des actions qui sont appliquées à la roue (1)
  - 4) Déterminer le moment dynamique en A  $\delta_{A \bar{1}/R}$  de la roue (1) par rapport à R
  - 5) Par application du théorème du moment dynamique à la roue motrice (1) suivant l'axe ( $A, \bar{y}$ ) et en utilisant la relation établie à la question précédente, déterminer l'expression du couple de freinage  $C_f$  en fonction de la décélération  $\gamma$ .
- Dans la suite, le moment d'inertie  $J$  est négligé devant le terme  $m_i r^2$  associé à la masse de l'ensemble.
- 6) Simplifier alors l'expression établie à la question précédente.
  - 7) Déterminer l'expression du moment dynamique de l'ensemble ( $\Sigma$ )  $\delta_{G \Sigma/R}$  par rapport à R au point G.
  - 8) Déterminer l'expression du moment dynamique de l'ensemble ( $\Sigma$ )  $\delta_{I_2 \Sigma/R}$  par rapport à R au point  $I_2$ .
  - 9) Déterminer le moment résultant en  $I_2$   $\overrightarrow{M_{I_2 \Sigma \rightarrow \Sigma}}$  des actions qui sont appliquées à l'ensemble ( $\Sigma$ )
  - 10) Par application du théorème du moment dynamique en  $I_2$ , déterminer la relation liant l'accélération  $\gamma$  et la composante normale  $Z_{01}$ .

En déduire l'expression de la décélération limite  $\gamma_{NB,1}$  pour laquelle  $Z_{01} = 0$ .

Réaliser l'application numérique.

### Condition de non-glissement

L'exigence de sécurité conduit également à prévenir le glissement au niveau des roues motrices. Il est pour cela nécessaire de déterminer la valeur de la décélération limite  $\gamma_{NG}$  correspondant à une perte d'adhérence. Le facteur d'adhérence au niveau du contact roue motrice/sol (assimilé ici au facteur de frottement) est noté  $\mu$ .

- 11) En se plaçant à la limite du glissement, déterminer à partir des expressions établies aux questions 5) et 10) (avant la simplification  $Z_{01} = 0$ ), l'expression de la décélération limite  $\gamma_{NG,1}$ .
- Réaliser l'application numérique pour un facteur d'adhérence  $\mu = 0,5$ .

### Synthèse

Une étude similaire à celle qui vient d'être menée conduit dans le cas d'une translation suivant  $-\bar{x}$  (sens 2) aux valeurs limites :  $\gamma_{NB,2} = 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  et  $\gamma_{NG,2} = 5,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- 12) En réalisant la synthèse de l'ensemble de ces résultats, conclure sur la valeur de décélération limite à retenir pour satisfaire l'exigence de sécurité lors d'un mouvement de translation du système.

**Rappels :**

Le torseur  $\{\tau_{(2 \rightarrow 1)}\}$  associé à l'action mécanique exercée en A, par un solide 2 sur un solide 1 sera noté :

$$\{\mathcal{T}_{(2 \rightarrow 1)}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}} \\ \overrightarrow{M_{A2 \rightarrow 1}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}} = X_A \cdot \vec{x} + Y_A \cdot \vec{y} + Z_A \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{A2 \rightarrow 1}} = L_A \cdot \vec{x} + M_A \cdot \vec{y} + N_A \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_{(x,y,z)} = \left\{ \begin{array}{ll} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinématique  $\{v_{(S/R)}\}$  du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R exprimé au point A sera noté :

$$\{v_{(S/R)}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} = v_{Ax} \cdot \vec{x} + v_{Ay} \cdot \vec{y} + v_{Az} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_{(x,y,z)} = \left\{ \begin{array}{ll} \omega_x & v_{Ax} \\ \omega_y & v_{Ay} \\ \omega_z & v_{Az} \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinétique  $\{C_{(S/R)}\}$  du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{C_{(S/R)}\} = \left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} = m \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{J_A}(S, \overrightarrow{\Omega_{S/R}}) \end{array} \right\}_{(x,y,z)} \quad \overrightarrow{J_A} = \text{opérateur d'inertie de S en A}$$

Le torseur dynamique  $\{D_{(S/R)}\}$  du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{D_{(S/R)}\} = \left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} = \left[ \frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} \right]_R + m \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} \wedge \overrightarrow{V_{GS/R}} \end{array} \right\}_{(x,y,z)}$$

L'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$T_{(S/R)} = \frac{1}{2} \{C_{(S/R)}\} \otimes \{v_{(S/R)}\} = \frac{1}{2} (m \overrightarrow{V_{GS/R}} \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \cdot \overrightarrow{\sigma_{AS/R}})$$

**Théorème de Huygens :** en posant  $\overrightarrow{OG} = a \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{y} + c \cdot \vec{z}$

$$\overrightarrow{J}(O,S) \cdot \vec{u} = \overrightarrow{J}(G,S) \cdot \vec{u} + m \cdot \overrightarrow{OG} \wedge (\vec{u} \wedge \overrightarrow{OG})$$

$$I_{O,S/R} = \begin{bmatrix} A_O & -F_O & -E_O \\ -F_O & B_O & -D_O \\ -E_O & -D_O & C_O \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{bmatrix} A_G & -F_G & -E_G \\ -F_G & B_G & -D_G \\ -E_G & -D_G & C_G \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} + \begin{bmatrix} m(b^2 + c^2) & -m \cdot a \cdot b & -m \cdot a \cdot c \\ -m \cdot a \cdot b & m(a^2 + c^2) & -m \cdot b \cdot c \\ -m \cdot a \cdot c & -m \cdot b \cdot c & m(a^2 + b^2) \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$