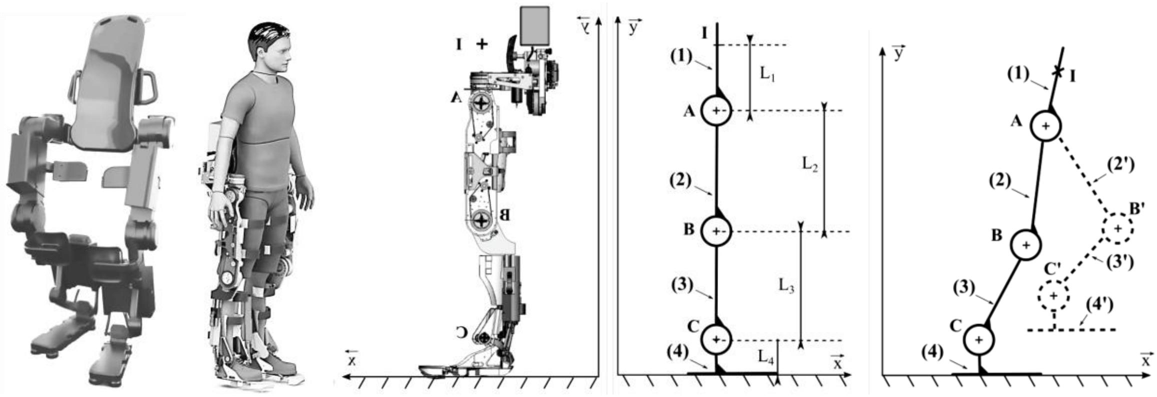
Contrôle continu de dynamique

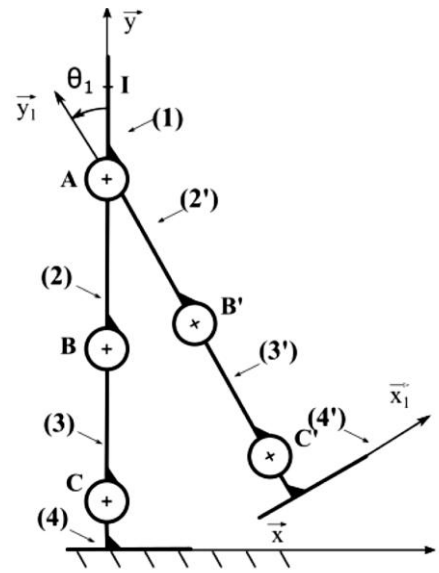
Exosquelette Atalante

L'entreprise Wandercraft a développé l'exosquelette *Atalante* pour offrir la possibilité à ses utilisateurs de se lever, s'asseoir, marcher dans toutes les directions et de monter quelques marches en toute autonomie et sans l'aide des mains.
L'exosquelette détecte l'impulsion et l'inclinaison du buste de l'utilisateur, afin d'enclencher la marche dans la direction souhaitée.
Chaque jambe est composée trois solides : le fémur (2) ou (2'), le tibia (3) ou (3') et le pied (4) ou (4'). Ces solides sont reliés par des liaisons pivots situées au genou (point B) et à la cheville (point C). Le bassin (1) est également en liaison pivot à la hanche (point A) avec le fémur (2) ou (2'). Le point I représente la position théorique du nombril de l'usager.



Modélisation du comportement dynamique de la marche

Dans cette étude, on s'intéresse juste au basculement d'une jambe, ensemble {(2') + (3') + (4')}, par rapport aux autres solides, supposés fixes. On suppose donc la personne immobile, c'est-à-dire le point A fixe par rapport au sol. On cherche à obtenir l'équation de mouvement de la jambe.
Le schéma cinématique de l'exosquelette lors de la marche est donné figure ci-contre.



Pour obtenir l'équation de mouvement de la jambe, on isole l'ensemble en mouvement { (2') + (3') + (4')+ axe_moteur}, on applique le principe fondamental de la dynamique à cet ensemble et on écrit l'équation de moment en A projetée sur la direction $\vec{z}$

Paramètres géométriques

Solide	**Repères ou Bases associés**	**Paramètres géométriques**	**Masses**
(0)+(1)+(2)+(3)+(4) fixe	$B_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$		
Fémur (2')	$R_1(A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z})$ $B_1(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z})$	$\overrightarrow{G_2A} = \frac{L_2}{2}.\vec{y_1}$ $\overrightarrow{B'A} = L_2.\vec{y_1}$ θ_1 (t)= $(\vec{x}, \vec{x_1})$ = $(\vec{y}, \vec{y_1})$ $\omega_1(t) = \frac{d\theta_1(t)}{dt}$	Masse fémur + Personne : m_2 = 14 kg Matrice d'inertie : $\begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 \end{bmatrix}$ Inertie en kg.m^2 G_2 centre d'inertie de (2')
Tibia (3')	$R_1(A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z})$	$\overrightarrow{G_3B'} = \frac{L_3}{2}.\vec{y_1}$ $\overrightarrow{C'B'} = L_3.\vec{y_1}$ Avec L_3 = 415 mm	Masse tibia + Personne : m_3 = 9 kg Matrice d'inertie $\begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0,15 \end{bmatrix}$ Inertie en kg.m^2 G_3 centre d'inertie de (3')
Pied (4')	$R_1(A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z})$	$\overrightarrow{G_4C'} = L_4.\vec{y_1}$ Avec L_4 = 100 mm	Masse pieds + Personne : m_4 = 2kg Matrice d'inertie : $\begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix}$ Inertie en kg.m^2 G_4 centre d'inertie de (4')

- On suppose les liaisons parfaites
- Soit Mt , la masse totale de la jambe Mt = $m_2 + m_3 + m_4$ = 25 kg
- Soit Gt le centre de gravité de la jambe {(2')+(3')+(4')} avec $\overrightarrow{G_tA} = L_{Gt}.\vec{y_1}$ et L_{Gt} = 400 mm
- On note Ɵm(t) l'angle du moteur de l'articulation de la hanche, ω_m(t) la vitesse de rotation du moteur
- On note kr le rapport de réduction global de l'articulation de la hanche tel que : $\frac{\omega_1(t)}{\omega_m(t)}$ = kr = $\frac{1}{303}$
- On note Cm(t) le couple fourni par le moteur. Ce couple engendre un moment que l'on peut ramener sur l'axe de l'articulation : $\overrightarrow{M_{A,1\to2'}}$ = $C_1.\vec{z}$
- Le rendement global du système de réduction en régime permanent est de 1 : $\frac{P_1}{P_m} = \frac{\omega_1 C_1}{\omega_m C_m} = 1$
- Soit J_m le moment d'inertie suivant son axe du rotor du moteur avec J_m = 70.10^{-7} kg.m^2

Questions

1) Déterminer la vitesse de G_2 par rapport à (0) $\overrightarrow{V_{G_2 \epsilon\, 2'/0}}$ ainsi que son accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G_2 \epsilon\, 2'/0}}$
2) Déterminer la vitesse de G_3 par rapport à (0) $\overrightarrow{V_{G_3 \epsilon\, 3'/0}}$ ainsi que son accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G_3 \epsilon\, 3'/0}}$
3) Déterminer la vitesse de G_4 par rapport à (0) $\overrightarrow{V_{G_4 \epsilon\, 4'/0}}$ ainsi que son accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G_4 \epsilon\, 4'/0}}$
4) Déterminer le moment cinétique en G_2 de (2') par rapport à (0) $\overrightarrow{\sigma_{G_2,2'/0}}$ ainsi que le moment dynamique en G_2 de (2') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{G_2,2'/0}}$
5) Déterminer le moment cinétique en G_3 de (3') par rapport à (0) $\overrightarrow{\sigma_{G_3 \epsilon\, 3'/0}}$ ainsi que le moment dynamique en G_3 de (3') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{G_3,3'/0}}$
6) Déterminer le moment cinétique en G_4 de (4') par rapport à (0) $\overrightarrow{\sigma_{G_4 \epsilon\, 4/0}}$ ainsi que le moment dynamique en G_4 de (4') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{G_4,4'/0}}$
7) Déterminer moment dynamique en A de :
- de (2') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{A\,,2'/0}}$
- de (3') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{A\,,3'/0}}$
- de (4') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{A\,,4'/0}}$
- ainsi que de l'ensemble Σ = (2') + (3') + (4') par rapport à (0) $\overrightarrow{\delta_{A\,,\Sigma/0}}$
On écrira $\overrightarrow{\delta_{A\,,\Sigma/0}}$ sous la forme $\overrightarrow{\delta_{A\,,\frac{\Sigma}{0}}} = J_\Sigma.\ddot{\theta}_1\vec{z}$
en précisant l'expression de J_Σ en fonction des paramètres de masse , longueur et inertie

8) En déduire l'équation de mouvement souhaitée en appliquant le théorème du moment dynamique en A projeté sur $\vec{z}$ à l'ensemble { (2') + (3') + (4') + axe_moteur}.
9) Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme : $J_{eq}\,\frac{\mathrm{d}\,\omega_m(t)}{dt} = \mathrm{C}_m(t) - \mathrm{C}_r(t)$
Exprimer J_{eq} et $\mathrm{C}_r(t)$ en fonction des données [ne pas oublier le réducteur de la chaine d'énergie].

Rappels :

Le torseur des actions transmissibles du solide 1 sur le solide 2 par la liaison entre 1 et 2 au point A sera noté :

$$\{\mathcal{T}_{A(1\to2)}\} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{A\,1\to2}}\\ \overrightarrow{M_{A\,1\to2}}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{A\,1\to2}} = X_{A\,12}.\vec{x} + Y_{A\,12}.\vec{y} + Z_{A\,12}.\vec{z}\\ \overrightarrow{M_{A_{1\to2}}} = L_{A\,12}.\vec{x} + M_{A\,12}.\vec{y} + N_{A\,12}.\vec{z}\end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = {}_A\begin{Bmatrix}X_{A\,12} & L_{A\,12}\\ Y_{A\,12} & M_{A\,12}\\ Z_{A\,12} & N_{A\,12}\end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinématique { $v_{S/R)}$ } du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R exprimé au point A sera noté :

$$\{v_{(S/R)}\} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}}\\ \overrightarrow{V_{A S/R}}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \omega_{S/R\,x}.\vec{x} + \omega_{S/Ry}.\vec{y} + \omega_{S/Rz}.\vec{z}\\ \overrightarrow{V_{A S/R}} = v_{A\,S/R\,x}.\vec{x} + v_{A\,S/R\,y}.\vec{y} + v_{A\,S/R\,z}.\vec{z}\end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = {}_A\begin{Bmatrix}\omega_{S/R\,x} & v_{A\,S/R\,x}\\ \omega_{S/R\,y} & v_{A\,S/R\,y}\\ \omega_{S/R\,z} & v_{A\,S/R\,z}\end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinétique { $C_{S/R)}$ } du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{C_{(S/R)}\} = {}_A\begin{Bmatrix}m\,\overrightarrow{V_{G S/R}}\\ \overrightarrow{\sigma_{A S/R}}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}m\,\overrightarrow{V_{G S/R}}\\ \overrightarrow{\sigma_{A S/R}} = m\,\overrightarrow{AG}\wedge\overrightarrow{V_{A\,S/R}} + \overrightarrow{J_A}(S,\overrightarrow{\Omega_{S/R}})\end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

$\overrightarrow{J_A}$ = opérateur d'inertie de S en A

Le torseur dynamique { $D_{S/R)}$ } du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{D_{(S/R)}\} = {}_A\begin{Bmatrix}m\,\overrightarrow{\Gamma_{G S/R}}\\ \overrightarrow{\delta_{A S/R}}\end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix}m\,\overrightarrow{\Gamma_{G S/R}}\\ \overrightarrow{\delta_{A(S/R)}} = \left[\frac{d}{dt}\,\overrightarrow{\sigma_{A(S/R)}}\right]_R + \mathrm{m}.\overrightarrow{V_{A S/R}}\wedge\overrightarrow{V_{G S/R}}\end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

L'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$T_{(S/R)} = \frac{1}{2}\{C_{(S/R)}\}\otimes\{v_{(S/R)}\} = \frac{1}{2}\left(m\,\overrightarrow{V_{G S/R}}.\overrightarrow{V_{A S/R}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}}.\overrightarrow{\sigma_{A S/R}}\right)$$