

Contrôle continu de dynamique

Étude du robot TROOPER

En culture hors-sol, il faut constamment déplacer les pots pour profiter de la lumière, pour regrouper les cultures, isoler celles qui posent problème, ...

Ce travail est pénible physiquement et les pépiniéristes peinent à trouver de la main d'œuvre pour réaliser ces tâches quotidiennes difficiles.

La Startup INSTAR ROBOTICS, spécialisée dans le développement de robots d'assistance, a conçu le robot TROOPER qui permet de répondre à ce besoin



Comportement en pente : montée

La motorisation retenue permet de déplacer le robot sur sol horizontal même en présence d'une perturbation de type frottement sec. Il faut cependant vérifier qu'elle permet également au robot de gravir des pentes (10 degrés).

On se place dans le cas où le robot supporte 6 pots de masse $m = 10 \text{ kg}$ chacun. On note $M = 60 \text{ kg}$ la masse du robot. On associe au sol le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ incliné d'un angle $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_0) = (\vec{z}, \vec{z}_0)$ constant par rapport à l'horizontale.

Le robot se déplace en ligne droite selon (O, \vec{y}_0) à la vitesse $v(t)$, en phase de montée.

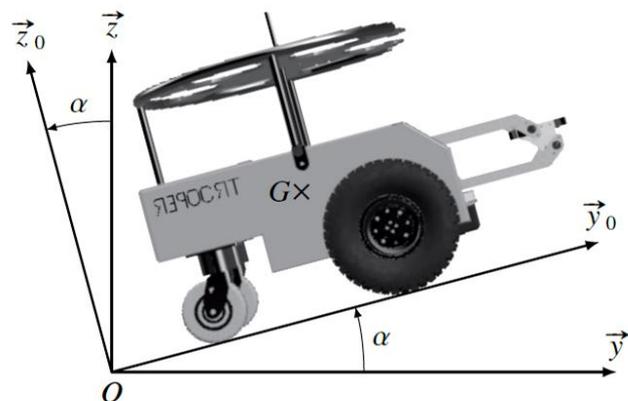
On note $C_m(t)$ le couple appliqué par chaque moteur pour faire avancer le robot.

Les liaisons sont toutes supposées parfaites énergétiquement et le robot **roule sans glisser** sur le sol.

On rappelle que $\mathbf{v}(\mathbf{t}) = k_t \cdot \omega_m(\mathbf{t})$.

On négligera l'inertie des réducteurs et des roues.

L'angle α maximum est de 10°



- 1) Ecrire l'expression de l'énergie cinétique du robot en mouvement en fonction de M_{eq} (masse équivalente à déterminer en fonction de M et de m) et de $v(t)$
- 2) Ecrire les expressions des puissances intérieures (P_{int}) et des puissances extérieures (P_{ext})
- 3) Montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique au robot en mouvement, que l'équation qui décrit le mouvement du robot en pente est la suivante :

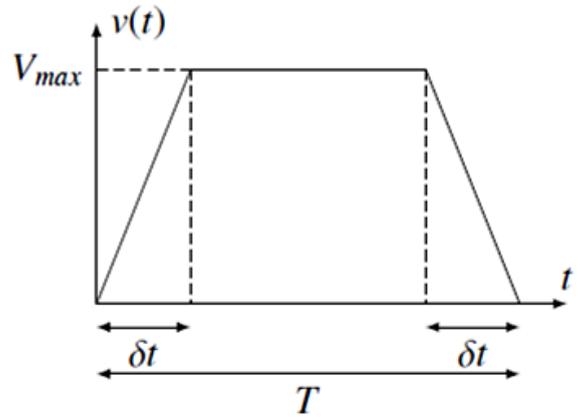
$$M_{eq} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r_{eeq}} C_m(t) - F_{r,eq}$$

où l'on précisera les expressions des grandeurs équivalentes M_{eq} , r_{eq} et $F_{r,eq}$ en fonction des données.

Pour vérifier le dimensionnement des moteurs, on utilise les valeurs suivantes pour les constantes déterminées précédemment : $M_{eq} \# 120 \text{ kg}$, $r_{eq} \# 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $F_{r,eq} \# 200 \text{ N}$.

On considère à nouveau la loi de pilotage définie précédemment sous forme de trapèze avec $V_{max} = 1,1 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta t = 1 \text{ s}$ et $T = 10 \text{ s.}$ (voir courbe ci-après)

- 4) Exprimer $C_m(t)$ en fonction de M_{eq} , r_{eq} et $F_{r,eq}$
 Tracer l'évolution de $C_m(t)$ au cours du temps compte tenu de l'évolution souhaitée de $v(t)$.
 Préciser les valeurs caractéristiques sous forme littérale, puis numérique.
 Déterminer le couple maximal à développer par un moteur. Faire l'application numérique



Comportement en pente : descente

Pour la suite de l'étude, comme illustré sur la figure ci-après, l'ensemble (robot+pots) est noté {S}
 Les hypothèses retenues pour l'étude sont :

- le modèle présente une symétrie de géométrie et d'efforts suivant le plan O, \vec{y}_0, \vec{z}_0 ;
- l'action de l'air sur le robot et la résistance au roulement sont négligées

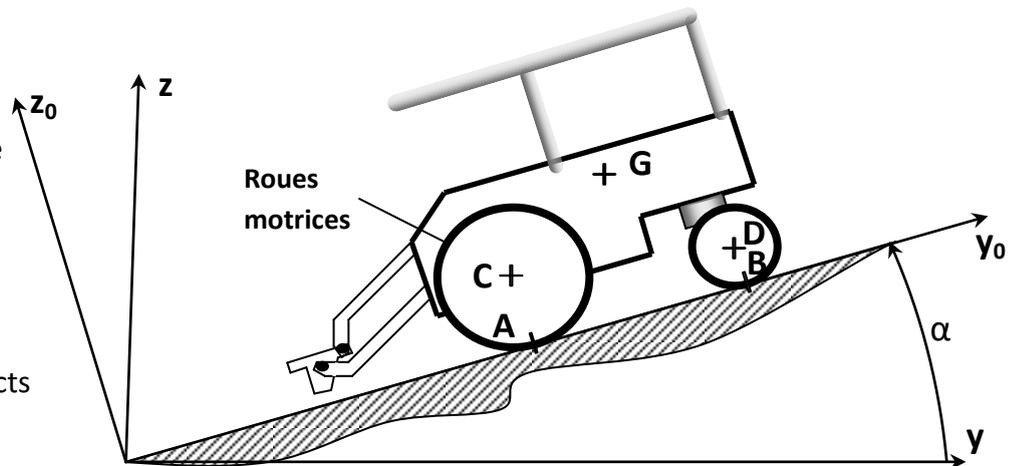
$\vec{AG} = h \cdot \vec{z}_0 + b \cdot \vec{y}_0$
 $\vec{AB} = e \cdot \vec{y}_0$

On associe au sol le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ incliné d'un angle

$\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_0) = (\vec{z}, \vec{z}_0)$

G , le centre de masse de l'ensemble {S}

A et B , les points de contacts respectifs des roues avant {2} et arrière {3} avec le sol {0} ;



On se place dans le cas où le robot supporte 6 pots de masse $m = 10 \text{ kg}$ chacun. On note $M = 60 \text{ kg}$ la masse du robot. On associe au sol le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ incliné d'un angle $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_0) = (\vec{z}, \vec{z}_0)$ constant par rapport à l'horizontale.

Le robot se déplace en ligne droite selon (O, \vec{y}_0) à la vitesse $v(t)$, en phase de descente.

Le torseur de l'action de contact en A s'écrit :

$$\{ \mathcal{J}_{A(sol \rightarrow roues)} \} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{A(sol \rightarrow roues)} = T_{A(S \rightarrow R)} \cdot \vec{y}_0 + N_{A(S \rightarrow R)} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{A(sol \rightarrow roues)} = \vec{0} \end{array} \right\}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Le torseur de l'action de contact en B s'écrit :

$$\{ \mathcal{J}_{B(sol \rightarrow roues)} \} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{B(sol \rightarrow roues)} = N_{B(S \rightarrow R)} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{B(sol \rightarrow roues)} = \vec{0} \end{array} \right\}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

L'accélération du centre de gravité de l'ensemble (S) s'écrit $\overrightarrow{\Gamma_{G S/R_0}} = -a_{Gy} \cdot \overrightarrow{y_0}$

5) Justifier les composantes des torseurs $\{\mathcal{T}_{A(sol \rightarrow roues)}\}$ et $\{\mathcal{T}_{B(sol \rightarrow roues)}\}$

On cherche à établir des équations faisant intervenir $N_A, T_A, N_B, a_{Gy}, M, m, g, \alpha$

6) Indiquer le théorème à appliquer ainsi que l'ensemble (S) à isoler

7) Isoler cet ensemble, faire le bilan des actions mécaniques, appliquer le théorème identifié à la question 6) puis établir les équations faisant intervenir $N_A, T_A, N_B, a_{Gy}, M, m, g, \alpha$

8) Déterminer l'expression de a_{Gy} en fonction de T_A, M, m, g, α

En se plaçant dans le cas le plus défavorable, la norme de la décélération est supposée constante de valeur $a_{Gy} = 9 \text{ m.s}^{-2}$

Le robot, en début de phase de freinage, a comme vitesse initiale sa vitesse maximale $v = 1,1 \text{ m.s}^{-1}$.

L'étude est effectuée avec l'hypothèse du roulement sans glissement.

9) Déterminer le temps d'arrêt $t_{\text{arrêt}}$ et la distance $d_{\text{arrêt}}$ parcourue par le robot lors d'un freinage d'urgence dans le cas le plus défavorable

Rappels :

Le torseur des actions transmissibles du solide 1 sur le solide 2 par la liaison entre 1 et 2 au point A sera noté :

$$\{\mathcal{T}_{A(1 \rightarrow 2)}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A1 \rightarrow 2}} \\ \overrightarrow{M_{A1 \rightarrow 2}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A1 \rightarrow 2}} = X_{A12} \cdot \overrightarrow{x} + Y_{A12} \cdot \overrightarrow{y} + Z_{A12} \cdot \overrightarrow{z} \\ \overrightarrow{M_{A1 \rightarrow 2}} = L_{A12} \cdot \overrightarrow{x} + M_{A12} \cdot \overrightarrow{y} + N_{A12} \cdot \overrightarrow{z} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = \begin{Bmatrix} X_{A12} & L_{A12} \\ Y_{A12} & M_{A12} \\ Z_{A12} & N_{A12} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R exprimé au point A sera noté :

$$\{\mathcal{V}_{S/R}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \omega_{S/Rx} \cdot \overrightarrow{x} + \omega_{S/Ry} \cdot \overrightarrow{y} + \omega_{S/Rz} \cdot \overrightarrow{z} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} = v_{AS/Rx} \cdot \overrightarrow{x} + v_{AS/Ry} \cdot \overrightarrow{y} + v_{AS/Rz} \cdot \overrightarrow{z} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = \begin{Bmatrix} \omega_{S/Rx} & v_{AS/Rx} \\ \omega_{S/Ry} & v_{AS/Ry} \\ \omega_{S/Rz} & v_{AS/Rz} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Le torseur cinétique $\{\mathcal{C}_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{\mathcal{C}_{S/R}\} = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} = m \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{J_A}(S, \overrightarrow{\Omega_{S/R}}) \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} \quad \overrightarrow{J_A} = \text{opérateur d'inertie de S en A}$$

Le torseur dynamique $\{\mathcal{D}_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{\mathcal{D}_{S/R}\} = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} = \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} \right]_R + m \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} \wedge \overrightarrow{V_{GS/R}} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

L'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$T_{S/R} = \frac{1}{2} \{\mathcal{C}_{S/R}\} \otimes \{\mathcal{V}_{S/R}\} = \frac{1}{2} (m \overrightarrow{V_{GS/R}} \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \cdot \overrightarrow{\sigma_{AS/R}})$$