

Contrôle continu de dynamique

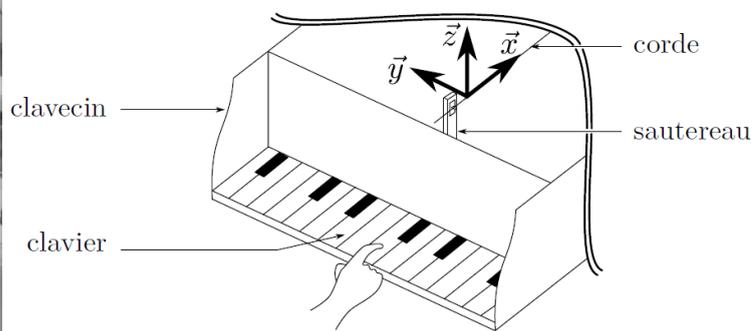
Plate-forme DRoPiC pour l'étude du clavecin

Dans le domaine musical, la robotique est utilisée pour deux cas d'application distincts :

- jouer d'un ou de plusieurs instrument(s) de musique pour les robots musiciens ;
- reproduire les gestes musicaux pour les robots d'étude des instruments.

Selon les cas, les robots développés peuvent être inspirés de l'être humain (anthropomorphes) ou d'architecture plus libres.

Les robots d'étude des instruments permettent d'analyser et de comprendre l'interaction complexe qui existe entre le musicien et son instrument, en réalisant de nombreuses mesures, afin d'en extraire les paramètres pertinents. L'étude se focalisera ici sur le clavecin, instrument à cordes pincées et à clavier. L'enfoncement des touches du clavier du clavecin permet d'actionner un sautereau, qui vient alors pincer la corde (**figure ci-après**).



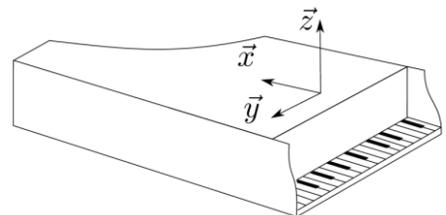
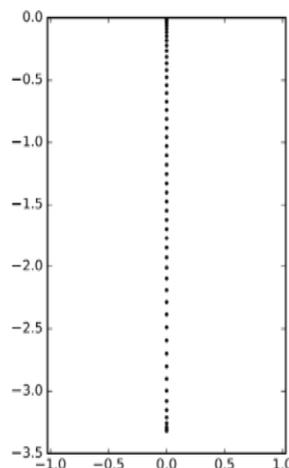
Les robots d'étude sont capables :

- de générer les trajectoires réalistes d'un doigt de joueur de clavecin, ce qui permet plutôt d'analyser les efforts articulaires mis en jeu dans le doigt pendant un morceau de musique ;
- d'imposer directement les conditions initiales idéales, indépendamment des trajectoires, ce qui permet d'obtenir un outil juste et répétable d'étude du clavecin, utilisable par exemple pour son harmonisation (processus de réglage).

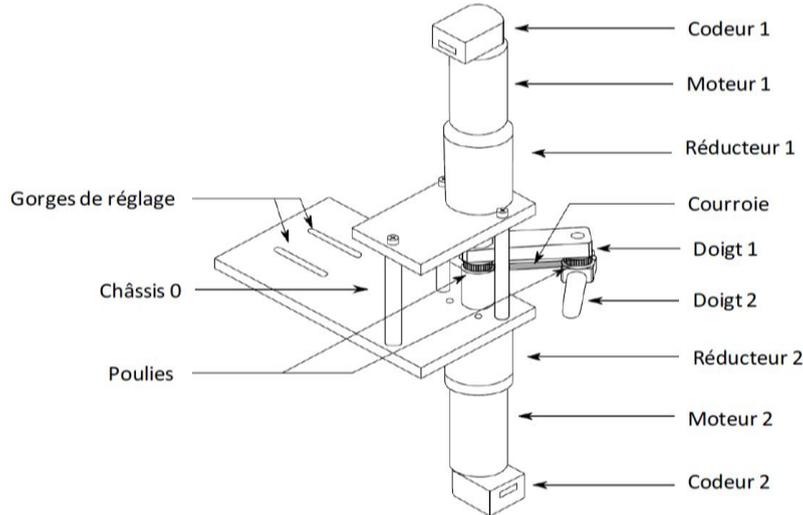
Exigences de la plate-forme robotisée

Des mesures ont montré que geste de la claveciniste selon \vec{z} n'a aucune influence sur l'élévation du sautereau. Les mouvements utiles à reproduire sont donc contenus dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) ; un robot plan est alors suffisant.

De plus, seul l'enfoncement de la touche est mesuré, ce qui correspond à des trajectoires rectilignes (figure ci-contre). Néanmoins, le choix de deux degrés de liberté pour le robot permettra son utilisation pour d'autres instruments à cordes pincées, telle la harpe.



Architecture du robot DRoPiC et modèles géométrique et cinématique



Paramétrage géométrique et cinétique

Solides	1	2	3	4
Paramétrage géométrique	$\overline{O_1O_2} = l_1 \cdot \overline{x_1}$	$\overline{O_2P} = l_2 \cdot \overline{x_2}$ $\overline{O_2A} = a_2 \cdot \overline{x_2}$	$\overline{O_3P} = -l_3 \cdot \overline{x_3}$ $\overline{O_3M} \cdot \overline{x_0} = a_3$	
	$l_1 = 45 \text{ mm}$	$l_2 = 45 \text{ mm}$	$l_3 = 120 \text{ mm}$ $a_3 = 210 \text{ mm}$	
Centre de gravité	$\overline{O_1G_1} = c_1 \cdot \overline{x_1}$	$\overline{O_2G_2} = c_2 \cdot \overline{x_2}$	$\overline{O_3G_3} = c_3 \cdot \overline{x_3}$	
	$c_1 = \frac{l_1}{2}$	$c_2 = \frac{l_2}{2}$	$c_3 = 32,8 \text{ mm}$	
Masses	$m_1 = 22,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$	$m_2 = 22,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$	$m_3 = 4,78 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$	$m_4 = 4,93 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
Moment d'inertie	I_1 selon l'axe $(G_1, \overline{z_0})$	I_2 selon l'axe $(G_2, \overline{z_0})$	I_3 selon l'axe $(G_3, \overline{z_0})$	
	$I_1 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$I_2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$I_3 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	

	Mouvements	Paramètres
1/0	Rotation d'axe $(O_1, \overline{z_0})$	$\theta_1(t) = (\overline{x_0}, \overline{x_1}) = (\overline{y_0}, \overline{y_1})$
2/0	Rotation d'axe $(O_2, \overline{z_0})$	$\theta_2(t) = (\overline{x_0}, \overline{x_2}) = (\overline{y_0}, \overline{y_2})$
3/0	Rotation d'axe $(O_3, \overline{z_0})$	$\theta_3(t) = (\overline{x_0}, \overline{x_3}) = (\overline{y_0}, \overline{y_3})$
4/0	Translation suivant $\overline{y_0}$	$y_4(t) = \overline{O_3M} \cdot \overline{y_0}$

Actions mécaniques

Actions	Torseurs
Couple en sortie de réducteur s'exerçant de 0 sur 1	$\{\mathcal{J}_{MR0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{r1} \cdot \vec{z_0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Couple en sortie de réducteur s'exerçant de 0 sur 2	$\{\mathcal{J}_{MR0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{r2} \cdot \vec{z_0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Effort de la touche 3 sur 2	$\{\mathcal{J}_{3 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_t = F_t \cdot \vec{y_3} = F_x \cdot \vec{x_0} + F_y \cdot \vec{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Effort de la corde sur le sautereau 4	$\{\mathcal{J}_{c \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_p = -F_p \cdot \vec{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$ avec $F_p(t) = K_{eq} \cdot y_4(t)$
	$K_{eq} = 400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Effort de la touche 3 sur le sautereau 4	$\{\mathcal{J}_{3 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_M = F_M \cdot \vec{y_3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{(x_3, y_3, z_0)}$

Modèle du mécanisme d'excitation de la corde : détermination de l'effort de contact

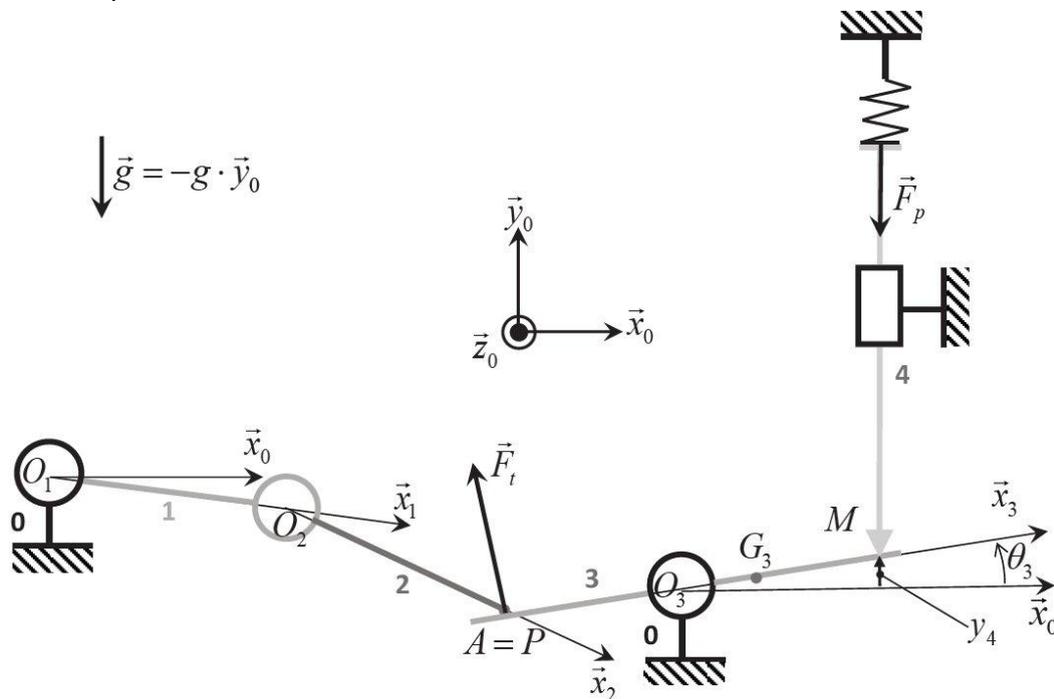
Le robot DRoPiC, schématisé sur la figure ci-dessus, est constitué de deux doigts notés 1 et 2.

Le **doigt 1** est en liaison pivot avec le bâti 0 d'axe (O_1, \vec{z}_0) , il dispose donc d'un degré de liberté noté $\theta_1(t)$ par rapport à 0. La rotation est actionnée par un motoréducteur 1 exerçant un couple $C_{r1} \cdot \vec{z}_0$ sur le doigt 1.

Le **doigt 2** est en liaison pivot avec le doigt 1 d'axe (O_1, \vec{z}_0) , il dispose donc d'un degré de liberté noté $\theta_2(t)$ par rapport à 0. La rotation est actionnée par un motoréducteur 2 exerçant un couple $C_{r2} \cdot \vec{z}_0$ sur le doigt 2 par l'intermédiaire d'une transmission à poulies-courroie. Le stator du groupe motoréducteur 2 est donc solidaire du bâti 0.

La **touche 3** et le **sautereau du clavecin 4** entraînés en mouvement par le **doigt 2**. Le contact entre la **touche 3** et le **sautereau du clavecin 4** s'effectue **sans frottement**. On s'intéresse dans cette partie à la détermination de l'effort de contact entre la **touche 3** et le **doigt 2**. On considère que le contact se fait au niveau de l'extrémité du **doigt 2**, le point **P** est donc confondu avec le point **A**, point d'application de l'effort de contact. Le modèle de l'ensemble étudié est présenté ci-dessous.

On isole l'ensemble **E** constitué de la **touche 3** et du **sautereau 4**. Les liaisons entre solides sont considérées comme parfaites.

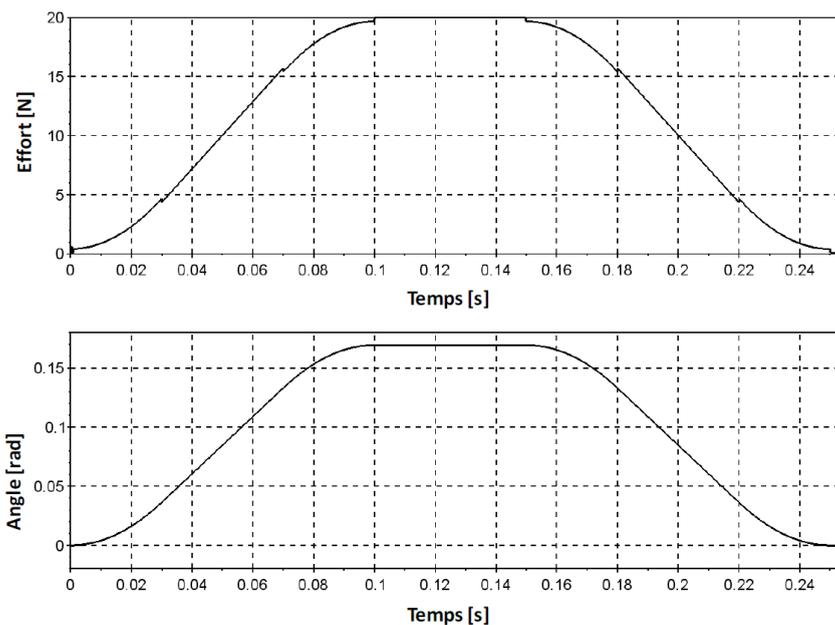


Modèle de l'ensemble robot + clavecin

- 1) Préciser la nature du mouvement du solide (4) par rapport à (0)
- 2) Exprimer $y_4(t)$ en fonction de $\theta_3(t)$
- 3) Déterminer la vitesse de M appartenant à (4) par rapport à 0 $\vec{V}_{M\ 4/0}$
- 4) Déterminer la vitesse de G_3 par rapport à 0 $\vec{V}_{G_3/0}$
- 5) Déterminer la vitesse de P appartenant à (3) par rapport à 0 $\vec{V}_{P\ 3/0}$
- 6) Isoler (4), faire le bilan des actions mécaniques qui lui sont appliquées
- 7) Appliquer le théorème de la résultante dynamique à (4) en projection sur Oy_0 puis en déduire une équation permettant d'exprimer la norme de l'action de contact en M en fonction des paramètres cinématiques $\dot{y}_4(t)$ et des autres données utiles.
- 8) Calculer le moment dynamique en O_3 de (3) $\delta_{O_3\ 3/0}$
- 9) Isoler (3), faire le bilan des actions mécaniques qui lui sont appliquées puis en calculer le moment résultant en O_3

- 10) Appliquer le théorème du moment dynamique à (3) puis en déduire son équation du mouvement (on considèrera que l'angle $\theta_3(t)$ reste petit au cours du mouvement de la touche)
 En déduire une équation faisant intervenir les variables $\theta_3(t)$ et $\ddot{\theta}_3(t)$ (rappel : $F_p(t) = K_{eq} \cdot y_4(t)$)
- 11) Exprimer l'énergie cinétique $E_c(4/0)$ du sautereau 4 par rapport au bâti 0 en fonction du paramètre cinématique $\dot{y}_4(t)$ et des autres données utiles.
- 12) Exprimer l'énergie cinétique $E_c(3/0)$ de la touche 3 par rapport au bâti 0 en fonction du paramètre cinématique $\dot{\theta}_3(t)$ et des autres données utiles.
- 13) Exprimer l'énergie cinétique $E_c(E/0)$ de l'ensemble $E = 3 + 4$ par rapport au bâti 0 en fonction des paramètres cinématiques $\dot{y}_4(t)$, $\dot{\theta}_3(t)$ et des autres données utiles.
- 14) Exprimer la puissance P_{int} des inter-efforts de l'ensemble $E = 3 + 4$
- 15) Exprimer la puissance par rapport au bâti 0 des actions extérieures $P_{ext \rightarrow E}$ s'exerçant sur l'ensemble E .
- 16) Déterminer l'équation du mouvement par application du théorème de l'énergie cinétique appliqué à E
- 17) L'angle $\theta_3(t)$ restant petit au cours du mouvement de la touche, donner une relation linéaire liant $y_4(t)$ et $\theta_3(t)$. Retrouver la relation établie à la question 10)
- 18) Montrer alors que l'on peut obtenir l'équation de mouvement suivante où vous explicitez les termes A_1, A_2, A_3, A_4 : $A_1 \cdot \ddot{\theta}_3(t) + A_2 \cdot \theta_3(t) = A_3 \cdot F_t + A_4$

On résout numériquement l'équation de mouvement obtenue. La **figure ci-dessous** présente le mouvement imposé de l'angle de la touche $\theta_3(t)$ et l'effort simulé de contact sur la touche.



- 19) Sachant que l'effecteur doit pouvoir développer un effort maximal de 20 N, commenter la courbe d'effort de contact vis-à-vis des exigences du robot.