

Contrôle continu de dynamique

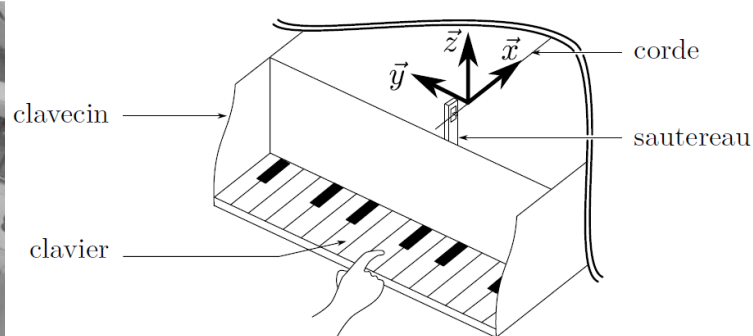
Plate-forme DRoPiC pour l'étude du clavecin

Dans le domaine musical, la robotique est utilisée pour deux cas d'application distincts :

- jouer d'un ou de plusieurs instrument(s) de musique pour les robots musiciens ;
- reproduire les gestes musicaux pour les robots d'étude des instruments.

Selon les cas, les robots développés peuvent être inspirés de l'être humain (anthropomorphes) ou d'architecture plus libres.

Les robots d'étude des instruments permettent d'analyser et de comprendre l'interaction complexe qui existe entre le musicien et son instrument, en réalisant de nombreuses mesures, afin d'en extraire les paramètres pertinents. L'étude se focalisera ici sur le clavecin, instrument à cordes pincées et à clavier. L'enfoncement des touches du clavier du clavecin permet d'actionner un sautereau, qui vient alors pincer la corde (**figure ci-après**).



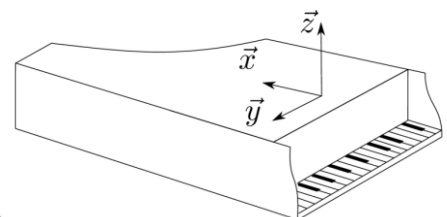
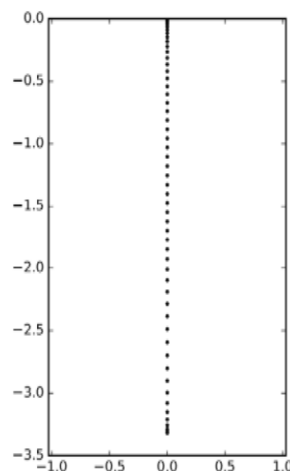
Les robots d'étude sont capables :

- de générer les trajectoires réalistes d'un doigt de joueur de clavecin, ce qui permet plutôt d'analyser les efforts articulaires mis en jeu dans le doigt pendant un morceau de musique ;
- d'imposer directement les conditions initiales idéales, indépendamment des trajectoires, ce qui permet d'obtenir un outil juste et répétable d'étude du clavecin, utilisable par exemple pour son harmonisation (processus de réglage).

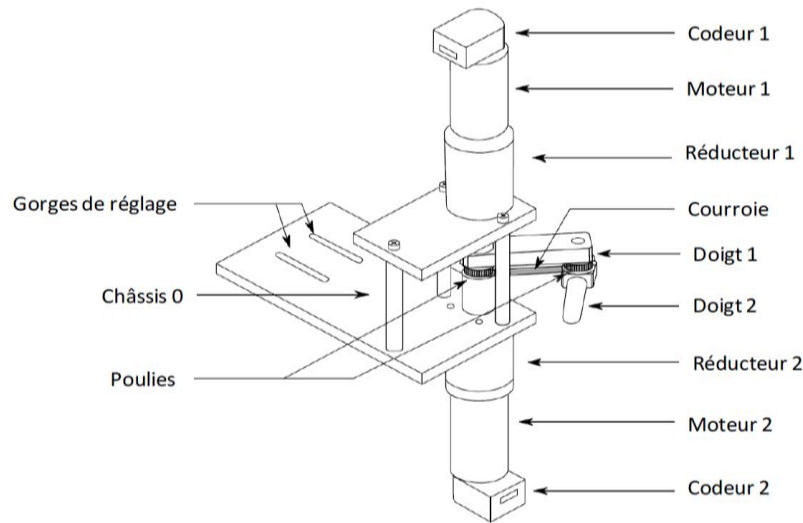
Exigences de la plate-forme robotisée

Des mesures ont montré que geste de la claveciniste selon \vec{z} n'a aucune influence sur l'élévation du sautereau. Les mouvements utiles à reproduire sont donc contenus dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) ; un robot plan est alors suffisant.

De plus, seul l'enfoncement de la touche est mesuré, ce qui correspond à des trajectoires rectilignes (figure ci-contre). Néanmoins, le choix de deux degrés de liberté pour le robot permettra son utilisation pour d'autres instruments à cordes pincées, telle la harpe.



Architecture du robot DRoPiC et modèles géométrique et cinématique



Paramétrage géométrique et cinétique

Solides	1	2	3	4
Paramétrage géométrique	$\vec{O_1O_2} = l_1 \cdot \vec{x}_1$	$\vec{O_2P} = l_2 \cdot \vec{x}_2$ $\vec{O_2A} = a_2 \cdot \vec{x}_2$	$\vec{O_3P} = -l_3 \cdot \vec{x}_3$ $\vec{O_3M} \cdot \vec{x}_0 = a_3$	
	$l_1 = 45 \text{ mm}$	$l_2 = 45 \text{ mm}$	$l_3 = 120 \text{ mm}$ $a_3 = 210 \text{ mm}$	
Centre de gravité	$\vec{O_1G_1} = c_1 \cdot \vec{x}_1$	$\vec{O_2G_2} = c_2 \cdot \vec{x}_2$	$\vec{O_3G_3} = c_3 \cdot \vec{x}_3$	
	$c_1 = \frac{l_1}{2}$	$c_2 = \frac{l_2}{2}$	$c_3 = 32,8 \text{ mm}$	
Masses	$m_1 = 22,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$	$m_2 = 22,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$	$m_3 = 4,78 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$	$m_4 = 4,93 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
Moment d'inertie	I_1 selon l'axe (G_1, \vec{z}_0)	I_2 selon l'axe (G_2, \vec{z}_0)	I_3 selon l'axe (G_3, \vec{z}_0)	
	$I_1 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$I_2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$I_3 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	

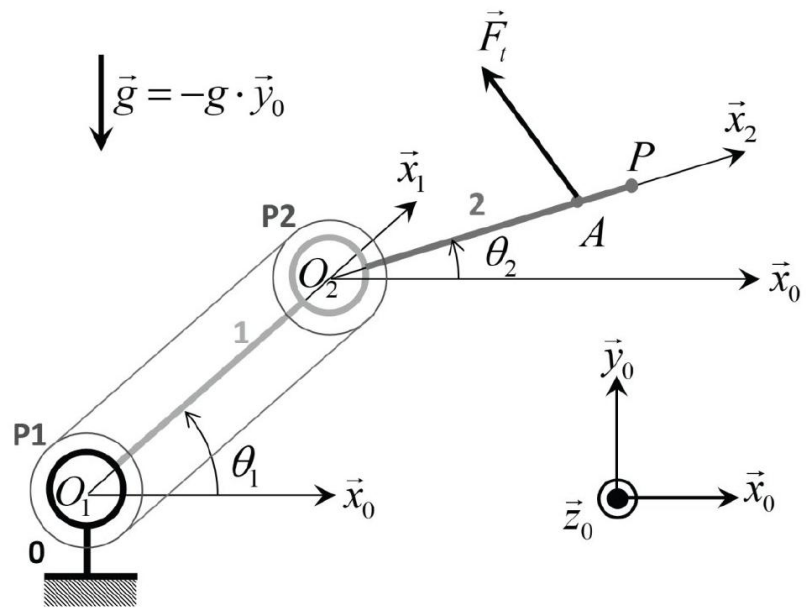
	Mouvements	Paramètres
1/0	Rotation d'axe (O_1, \vec{z}_0)	$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
2/0	Rotation d'axe (O_2, \vec{z}_0)	$\theta_2(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$
3/0	Rotation d'axe (O_3, \vec{z}_0)	$\theta_3(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$
4/0	Translation suivant \vec{y}_0	$y_4(t) = \vec{O_3M} \cdot \vec{y}_0$

Actions mécaniques

Actions	Torseurs
Couple en sortie de réducteur s'exerçant de 0 sur 1	$\{\mathcal{J}_{MR0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{r1} \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Couple en sortie de réducteur s'exerçant de 0 sur 2	$\{\mathcal{J}_{MR0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{r2} \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Effort de la touche 3 sur 2	$\{\mathcal{J}_{3 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_t = F_t \cdot \vec{y}_3 = F_x \cdot \vec{x}_0 + F_y \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$
Effort de la corde sur le sautereau 4	$\{\mathcal{J}_{c \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_p = F_p \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$ avec $F_p(t) = K_{eq} \cdot y_4(t)$
	$K_{eq} = 400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

Modèle dynamique du robot DRoPiC

L'objectif de cette étude est de réaliser un modèle dynamique du robot afin, d'une part, de prévoir son comportement lorsqu'il est asservi en position et, d'autre part, de valider le choix des groupes motoréducteurs. Le modèle cinématique et les données et paramétrages utiles est décrit sur la figure ci-contre. Les liaisons entre solides sont considérées comme parfaites.



Modèle géométrique du robot DroPiC

- 1) Isoler le solide (2) et faire le bilan des actions appliquées
 - 2) Déterminer le torseur résultant des actions appliquées $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 2}\}$ au point O_2 (L'effort F_t sera exprimé en fonction de ses composantes F_x et F_y)
 - 3) Déterminer la vitesse de G_2 par rapport à 0 $\overrightarrow{V}_{G_2/0}$ ainsi que son accélération $\overrightarrow{\Gamma}_{G_2/0}$
 - 4) Ecrire moment cinétique en O_2 de (2) $\overrightarrow{\sigma}_{O_2 2/0}$ ainsi que son moment dynamique en O_2 $\overrightarrow{\delta}_{O_2 2/0}$
 - 5) Ecrire le torseur dynamique de (2) dans son mouvement par rapport à (0) $\{\mathcal{D}_{(2/0)}\}$
 - 6) Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide (2) dans son mouvement par rapport à (0) et en déduire l'expression du couple en sortie du groupe motoréducteur 2 $C_{r2}(t)$
 - 7) Isoler l'ensemble $E = (1)+(2)$ et faire le bilan des actions appliquées
 - 8) Déterminer le torseur résultant des actions appliquées au point O_1 (L'effort F_t sera exprimé en fonction de ses composantes F_x et F_y)
 - 9) Ecrire moment cinétique en O_1 de l'ensemble E $\overrightarrow{\sigma}_{O_1 E/0}$ ainsi que son moment dynamique en O_1 $\overrightarrow{\delta}_{O_1 E/0}$
 - 10) Ecrire le torseur dynamique de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à (0) $\{\mathcal{D}_{(E/0)}\}$
 - 11) Appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble E dans son mouvement par rapport à (0) et en déduire l'expression du couple en sortie du groupe motoréducteur 1 $C_{r1}(t)$
- Démontrer que l'expression de $C_{r1}(t)$ est :

$$C_{r1}(t) = (I_1 + m_1 C_1^2 + m_2 I_1^2) \cdot \ddot{\theta}_1 + m_2 l_1 c_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_2 - m_2 l_1 c_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 + m_1 c_1 \cos(\theta_1) g + m_2 l_1 \cos(\theta_1) g - l_1 \cos(\theta_1) F_y + l_1 \sin(\theta_1) F_x$$

- 12) Expliquer succinctement ce qui rend difficile la résolution des équations différentielles obtenues et quels moyens et/ou hypothèses vous mettriez en oeuvre pour les résoudre
- 13) En considérant la situation $\theta_1(t) = \theta_2(t) = 0$ et le réducteur de rendement unitaire, établir l'expression du couple statique $C_{r1}(t)$ puis du couple statique $C_{m1}(t)$
- 14) Sachant que l'effecteur doit pouvoir développer un effort maximal de 20 N et que le couple nominal du moteur est de 0,11 N.m, conclure quant à la capacité des moteurs à imposer l'effort maximal sur la touche

Rappels :

Le torseur des actions transmissibles du solide 1 sur le solide 2 par la liaison entre 1 et 2 au point A sera noté :

$$\{\mathcal{T}_{A(1 \rightarrow 2)}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A1 \rightarrow 2}} \\ \overrightarrow{M_{A1 \rightarrow 2}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A1 \rightarrow 2}} = X_{A12} \cdot \vec{x} + Y_{A12} \cdot \vec{y} + Z_{A12} \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{A1 \rightarrow 2}} = L_{A12} \cdot \vec{x} + M_{A12} \cdot \vec{y} + N_{A12} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = \begin{Bmatrix} X_{A12} & L_{A12} \\ Y_{A12} & M_{A12} \\ Z_{A12} & N_{A12} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}_A$$

Le torseur cinématique $\{v_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R exprimé au point A sera noté :

$$\{v_{(S/R)}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \omega_{S/Rx} \cdot \vec{x} + \omega_{S/Ry} \cdot \vec{y} + \omega_{S/Rz} \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{V_{AS/R}} = v_{AS/Rx} \cdot \vec{x} + v_{AS/Ry} \cdot \vec{y} + v_{AS/Rz} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} = \begin{Bmatrix} \omega_{S/Rx} & v_{AS/Rx} \\ \omega_{S/Ry} & v_{AS/Ry} \\ \omega_{S/Rz} & v_{AS/Rz} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}_A$$

Le torseur cinétique $\{C_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{C_{(S/R)}\} = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{V_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\sigma_{AS/R}} = m \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{J_A}(S, \overrightarrow{\Omega_{S/R}}) \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} \quad \overrightarrow{J_A} = \text{opérateur d'inertie de S en A}$$

A

Le torseur dynamique $\{D_{S/R}\}$ du mouvement d'un solide S par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$\{D_{(S/R)}\} = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} m \overrightarrow{\Gamma_{GS/R}} \\ \overrightarrow{\delta_{AS/R}} = \left[\frac{d}{dt} \overrightarrow{\sigma_{A(S/R)}} \right]_R + m \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} \wedge \overrightarrow{V_{GS/R}} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

L'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R galiléen exprimé au point A sera noté :

$$T_{(S/R)} = \frac{1}{2} \{C_{(S/R)}\} \otimes \{v_{(S/R)}\} = \frac{1}{2} (m \overrightarrow{V_{GS/R}} \cdot \overrightarrow{V_{AS/R}} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \cdot \overrightarrow{\sigma_{AS/R}})$$