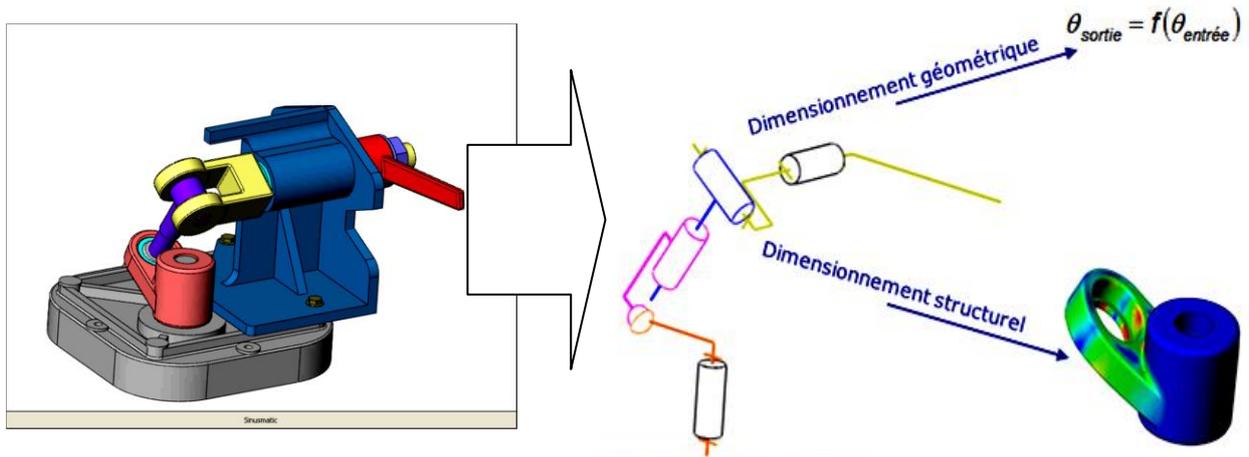




## 2 - Modélisation des liaisons



### Caractérisation de la liaison entre deux solides par l'analyse des surfaces de contact

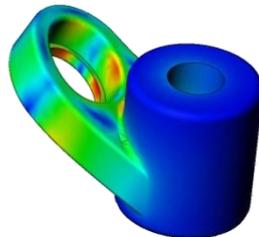
**Deux solides**

Une liaison cinématique implique uniquement deux solides

**Surfaces de contact**

Les surfaces de contact déterminent la mobilité de la liaison

### Hypothèses de modélisation



Pièces mécaniques par nature déformables



Solides indéformables

Géométrie des surfaces de contact réelles



Surfaces nominales (pas de jeu de fonctionnement)

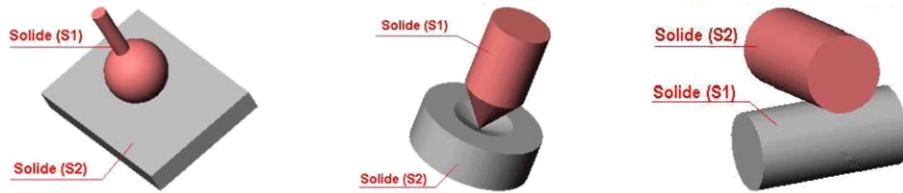
Etat de surface des surfaces de contact réelles



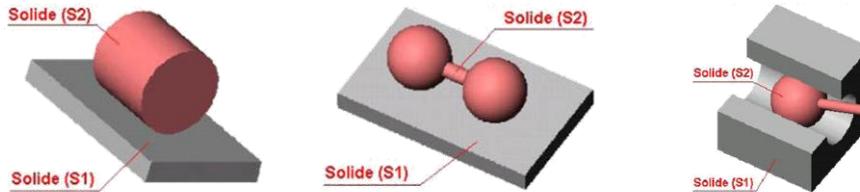
Rugosité nulle : Pas de frottement

**Trois types de contact**

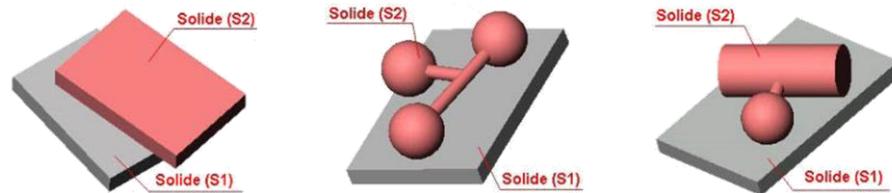
**Ponctuel**



**Linéique**



**Surfacique**

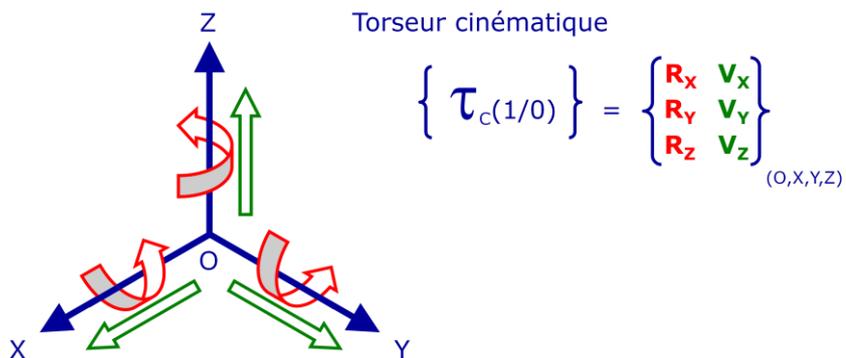


**Deux points de vue**

**Point de vue Cinématique : Mobilité du solide**

Le mouvement d'un solide dans l'espace par rapport à un autre peut se décomposer en deux transformations : une rotation et une translation

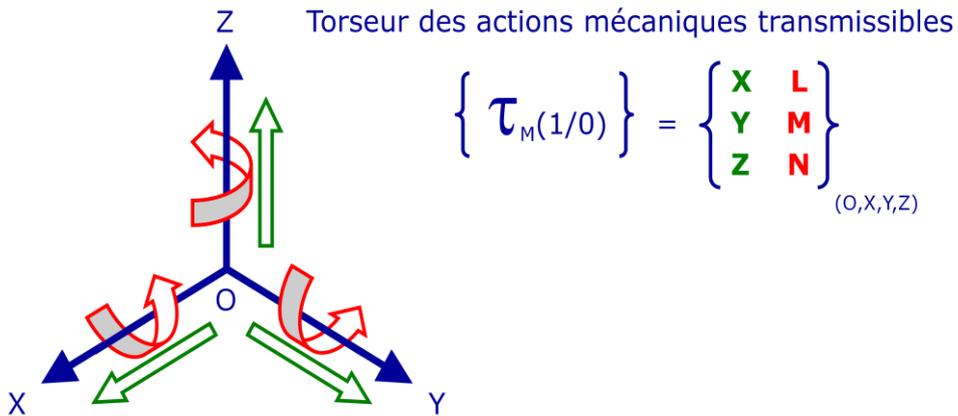
Chacune de ces transformations s'expriment, pour une base orthonormée, par **trois degrés de liberté**



Six degrés de liberté caractérisent la mobilité d'une liaison cinématique

**Point de vue des Actions mécaniques : Actions transmissibles**

Les actions de liaisons entre deux solides sont modélisables pas une force et un moment appliquées au centre de la liaison.



**Complémentarité (dualité) des deux points de vue**

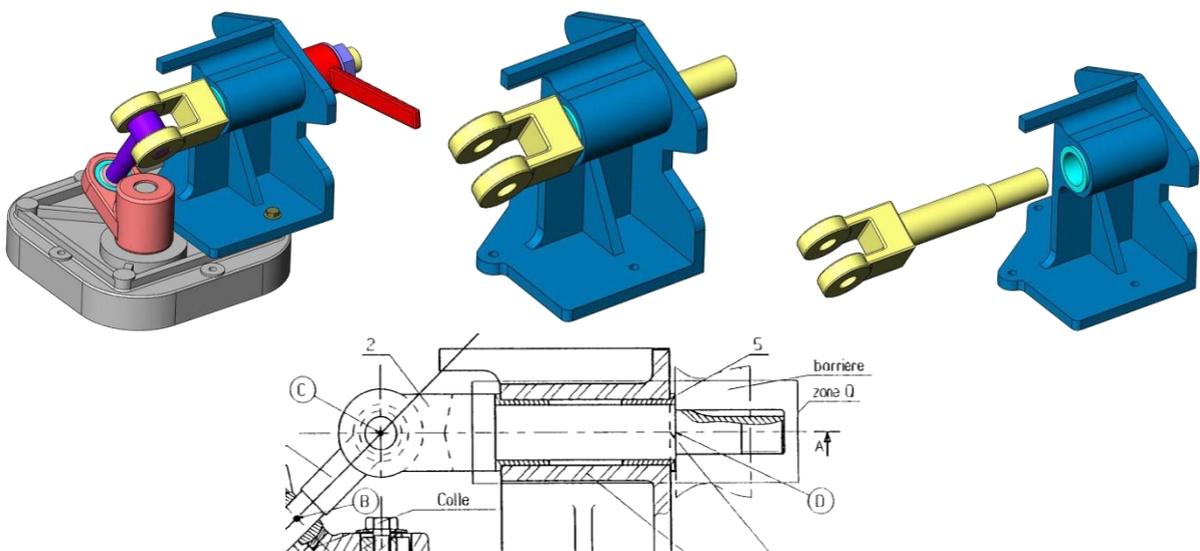
Pour des liaisons parfaites, le torseur cinématique et le torseur des actions de liaisons entre deux solides sont complémentaire

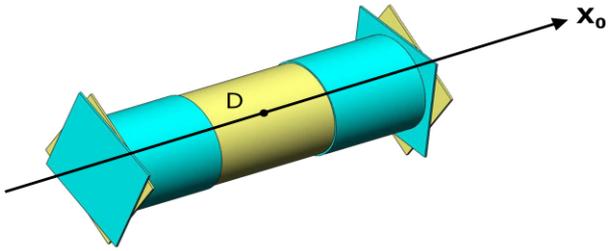
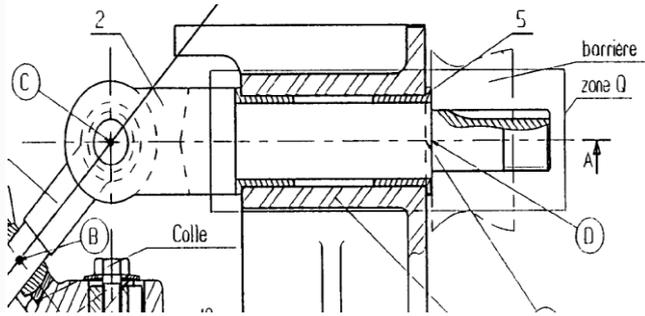
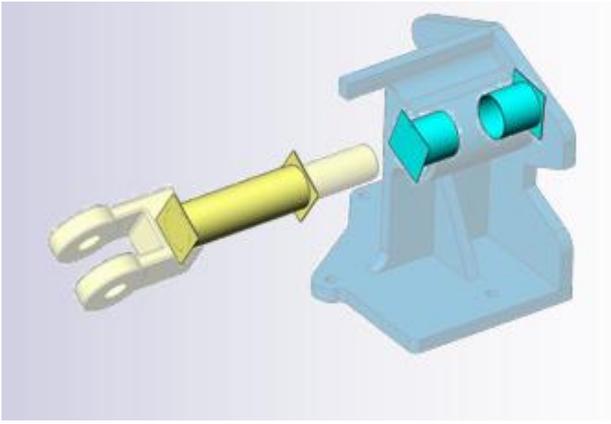
Exemple :

$$\Rightarrow \left\{ \tau_{M(1/0)} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{(O,X,Y,Z)}$$

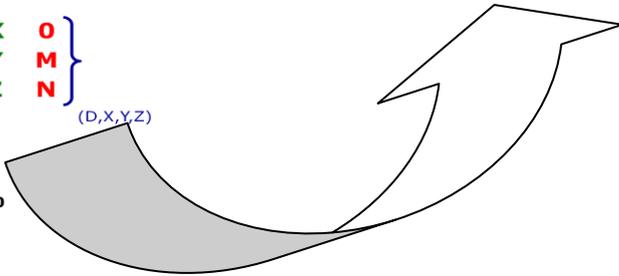
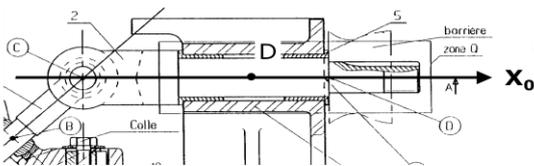
*Si ça bouge, ça ne force pas et réciproquement..*

**Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Axe 2 / Bâti 1**

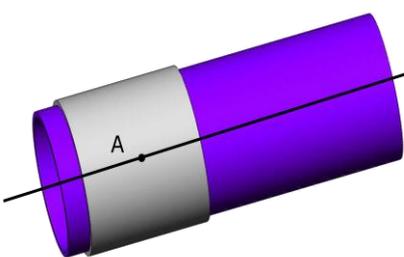
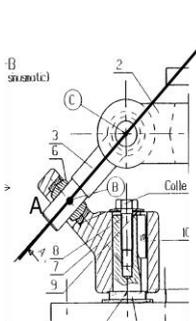
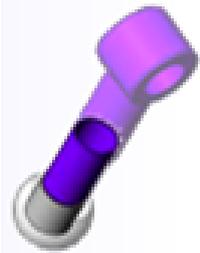
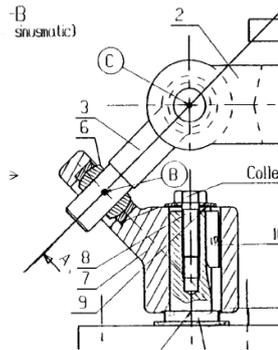
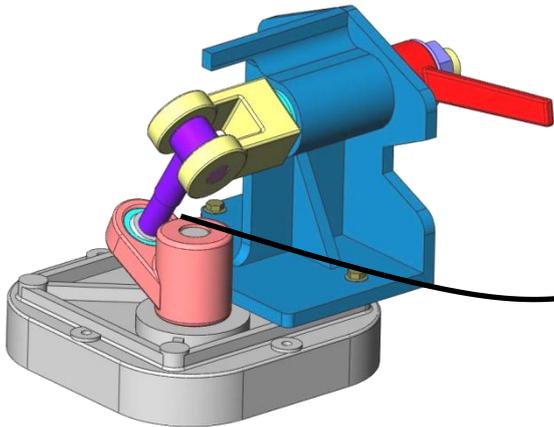




$$\begin{Bmatrix} R_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ \tau_{M(2/1)} \right\} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ M \\ N \end{Bmatrix}$$

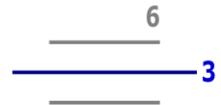


Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Croisillon 3 / Rotule 6

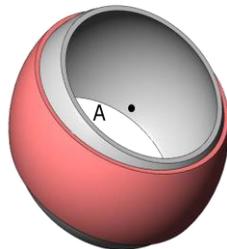
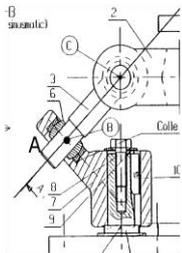
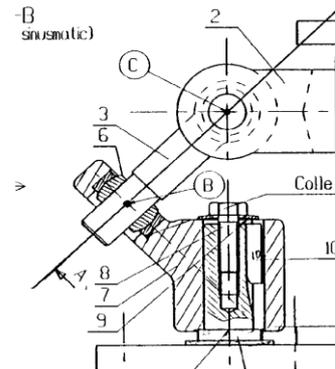
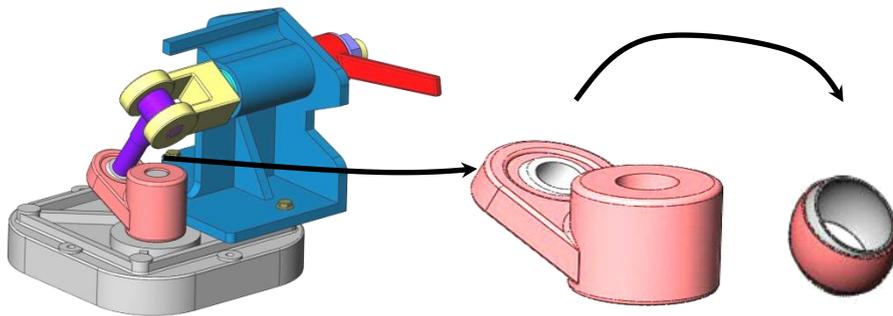


$$\begin{Bmatrix} R_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} V_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ \tau_{M(3/6)} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y \\ Z \\ 0 \\ M \\ N \end{Bmatrix}$$

Liaison Croisillon 3 / Rotule 6  
Liaison Pivot glissant



Exemple : Barrière Sinusmatic® - Liaison Rotule 6 / Manivelle 7



$$\left\{ \tau_{C(6/7)} \right\} = \begin{Bmatrix} R_x & 0 \\ R_y & 0 \\ R_z & 0 \end{Bmatrix}_{(B, X_3, Y_3, Z_3)} \quad \left\{ \tau_{M(6/7)} \right\} = \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{(B, X_3, Y_3, Z_3)}$$

Liaison Rotule 6 / Manivelle 7  
Liaison Sphérique



**Assemblage des liaisons cinématiques**

Une fois chacune des liaisons cinématique entre deux solides modélisées, elles sont organisées sous forme de graphes :

- Graphe des liaisons
- Schéma cinématique

**3 - Graphe des liaisons**

Cette représentation permet de regrouper les composants en classes d'équivalence et d'identifier la nature de la liaison cinématique entre deux classes d'équivalence.

**Classe d'équivalence**

Regroupement de solides n'ayant aucun mouvement les uns par rapport aux autres

Exemple : Barrière Sinusmatic

**Bâti** : {Support 1, Paliers 5, Motoréducteur 11}

**Arbre** : {Chape 2, Rondelles 4, Axe 12, Lisse}

**Croisillon** : {Croisillon 3}

**Rotule** : {Rotule 6}

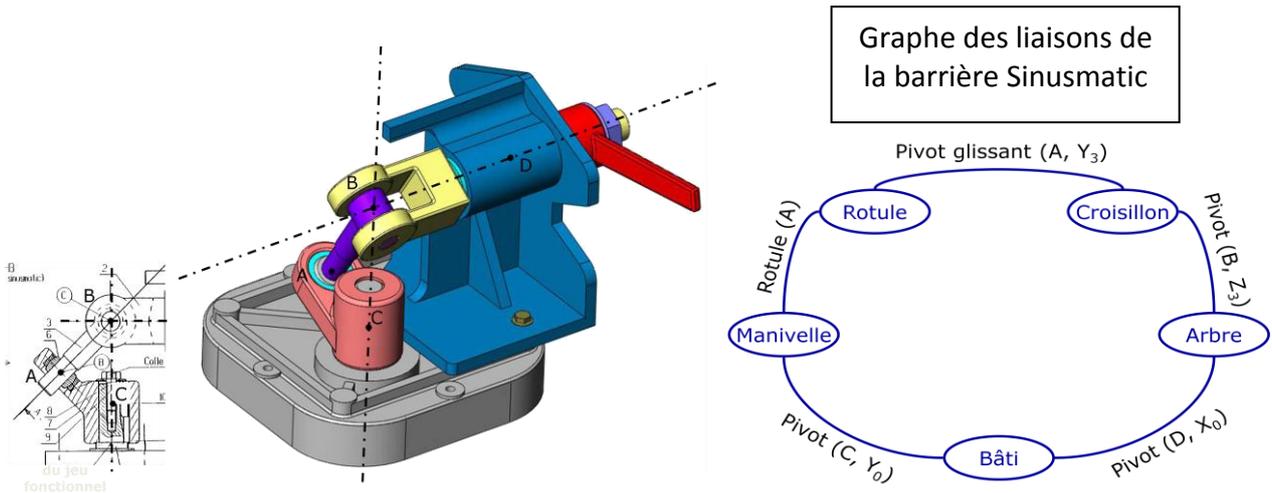
**Manivelle** : {Manivelle 7, Vis 8, Rondelle 9, Clavette 10, Bague}

Les classes d'équivalence sont représentées par :

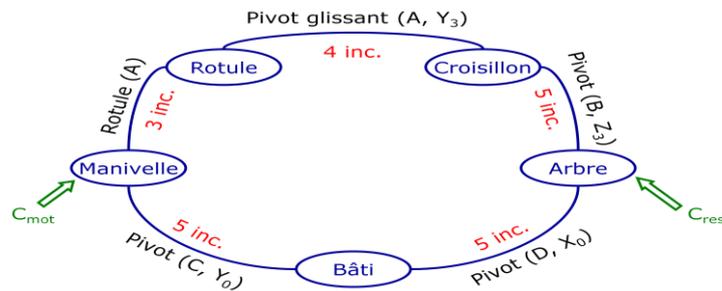
Classe X

Liaison (P, x)

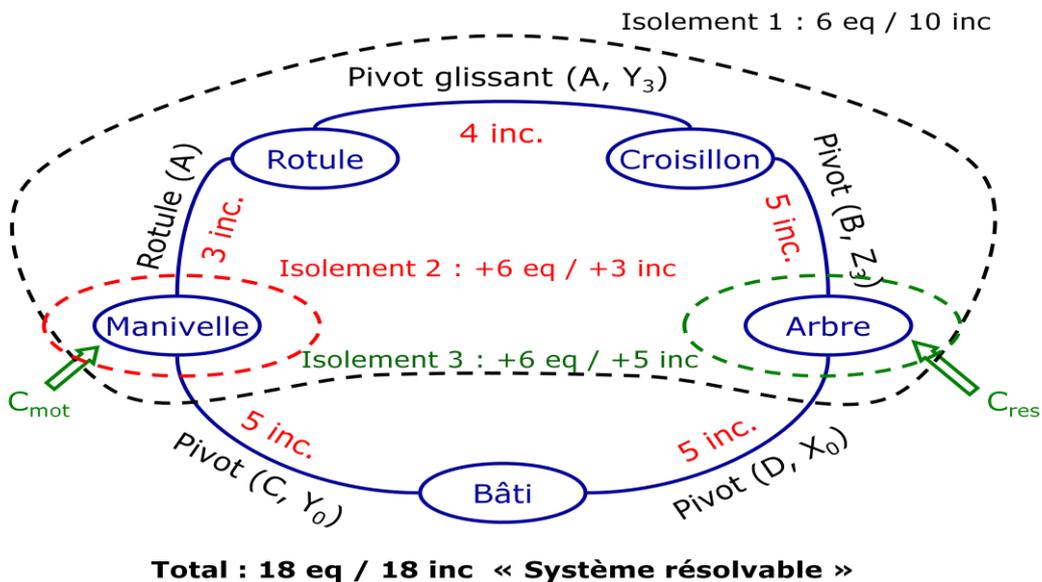
Les liaisons cinématiques sont représentées par :



Cette représentation graphique du graphe des liaisons permet de s'approprier le fonctionnement du mécanisme et de dénombrer les inconnues de liaisons : outil graphique d'aide à l'ordonnancement des isolements



On cherche à déterminer le couple moteur  $C_{mot}$  en fonction du couple résistant  $C_{res}$  :

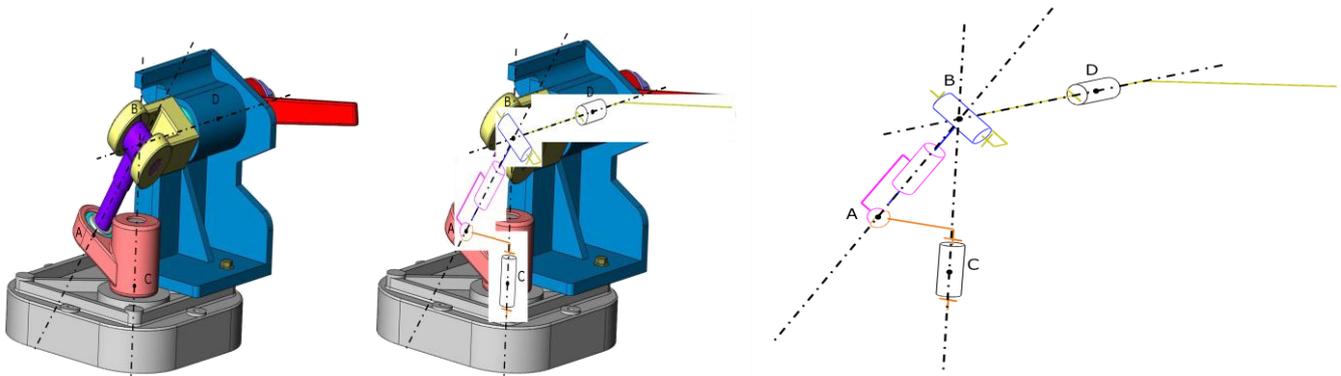


#### 4 - Schéma cinématique

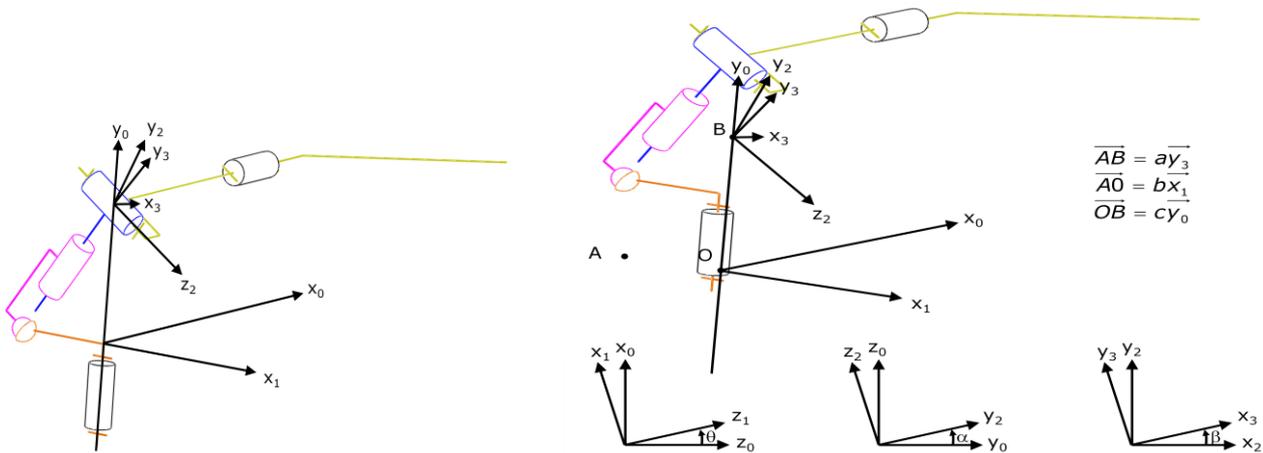
Cette représentation permet de positionner dans l'espace les différentes liaisons cinématiques identifiées lors de la construction du graphe des liaisons.

L'orientation et les points d'intersection des axes des liaisons cinématiques doivent être respectés.

##### Exemple : Barrière Sinumatic® - Schéma cinématique



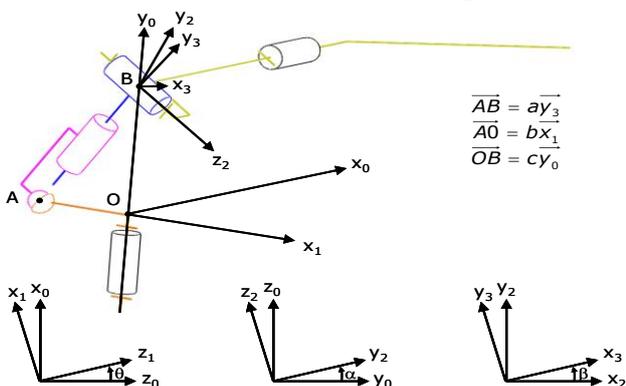
Cette représentation graphique permet de mettre en place le paramétrage cinématique en fonction de l'étude souhaitée



Fermeture géométrique :  $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$

Condition cinématique :  $\vec{OB} \wedge \vec{y}_0 = \vec{0}$

Relation entrée / sortie :  $\alpha ( t ) = \text{tg}^{-1} ( \sin(-\theta) )$



## 5 – Prise en compte du jeu fonctionnel

Le jeu fonctionnel est indispensable au fonctionnement des liaisons cinématiques afin de s'acquitter des défauts géométriques issus de la fabrication.

Surfaces nominales



Surfaces réelles sans jeu fonctionnel

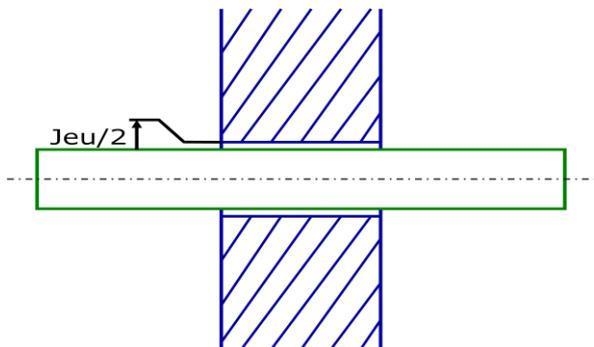


Surfaces réelles avec jeu fonctionnel

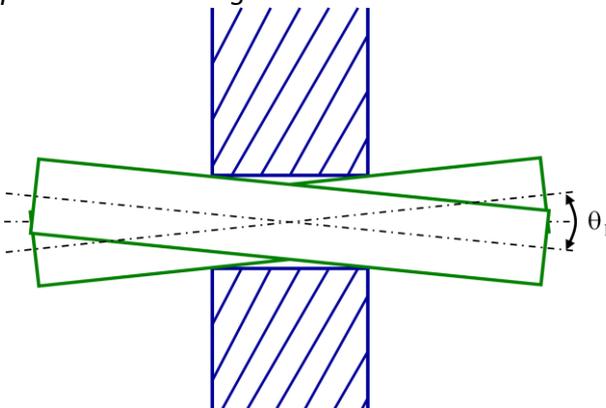


**Problématique :** Comment modéliser le jeu de fonctionnement alors que la modélisation des liaisons cinématiques est basée sur les surfaces nominales ?

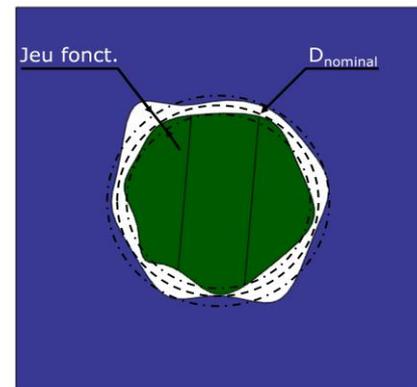
*Analyse du jeu de fonctionnement*



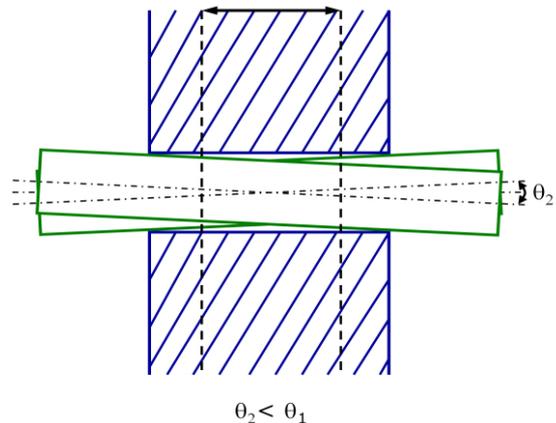
*La présence du jeu de fonctionnement génère une capacité de « rotulage » de la liaison*



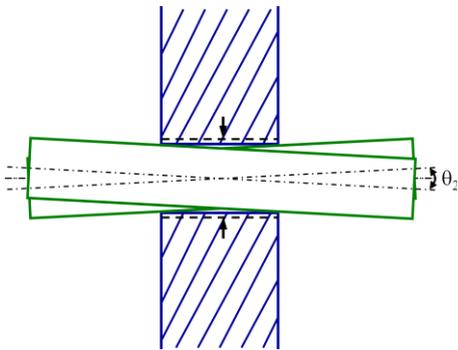
Surfaces réelles avec jeu fonctionnel



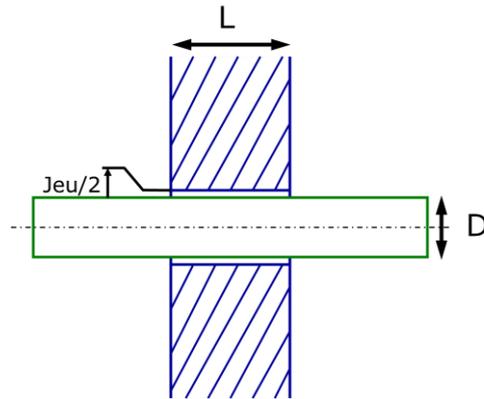
La possibilité de rotulage peut être diminuée par augmentation de la **longueur de guidage**...



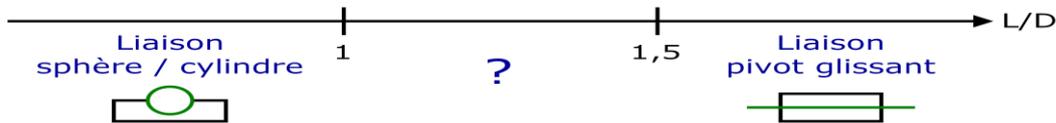
La possibilité de rotulage peut aussi être diminuée par diminution du jeu de fonctionnement



Le rotulage peut être recherché (i.e. : faciliter de montage) ou évité (i.e. : précision de la liaison)

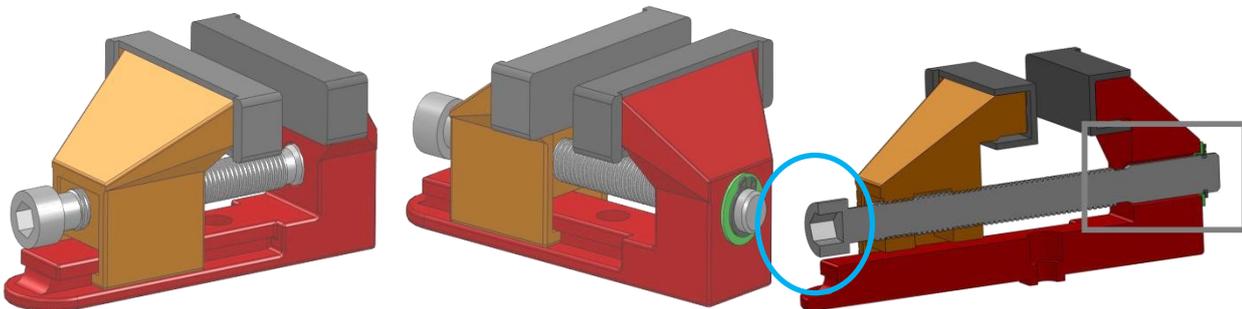


En pratique le modèle utilisé dépend, entre autre, du rapport L/D



Une liaison réelle (avec jeu de fonctionnement) est modélisée par une liaison cinématique (sans jeu de fonctionnement) différente de celle issue de l'analyse des surfaces de contact

Exemple : Liaison ponctuelle - Vis / Mors fixe



**En résumé : Choix du degré de modélisation**

Modélisation des mobilités apparentes (suite à analyse des surfaces)

⇒ **Schéma cinématique temporaire**

*Il n'est qu'une étape dans pour modélisation du mécanisme*

Seules les mobilités utiles sont modélisées

⇒ **Schéma cinématique de fonctionnement**

Calcul des relations cinématiques

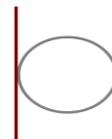
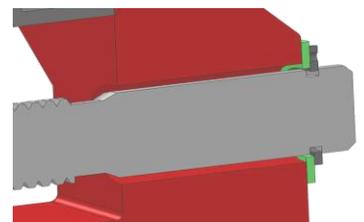
*Il minimise le nombre d'inconnues cinématiques*

Toutes les mobilités sont modélisées (jeu fonctionnel pris en compte)

⇒ **Schéma cinématique d'architecture**

Calcul des actions mécaniques de liaison

*Il minimise le nombre d'inconnues statiques*



## JEUX ET CHOIX D'UNE MODELISATION

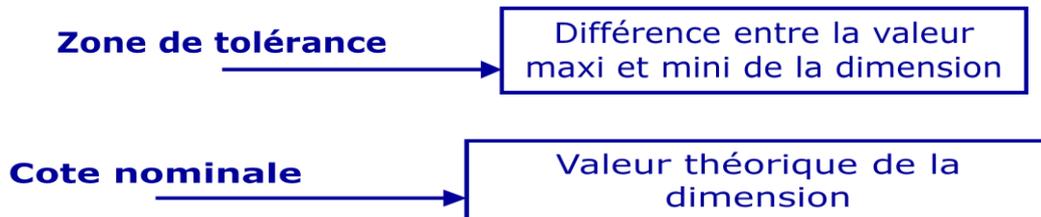
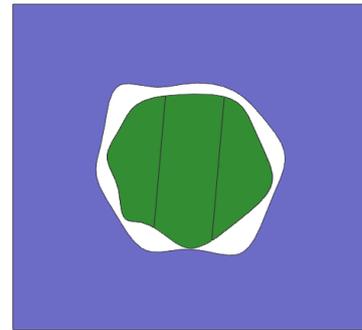
### 1 - Objectifs

La présence d'un jeu fonctionnel est indispensable à la réalisation d'une liaison cinématique.

Afin de garantir l'interchangeabilité des composants d'un mécanisme, il est indispensable de maîtriser les défauts géométriques générés par la fabrication.

Pour chacune des dimensions d'une pièce on souhaite disposer d'une **zone de tolérance** à l'intérieur de laquelle est contenue la valeur réelle de la dimension.

Les dimensions d'une pièce sont alors caractérisées par une **cote nominale**, une **valeur maxi** et une **valeur mini**.

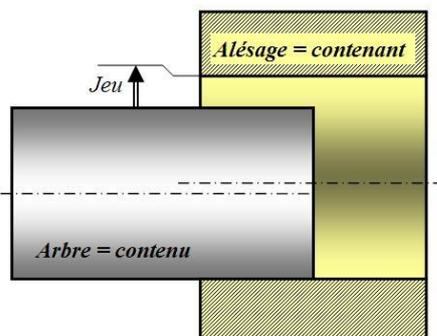
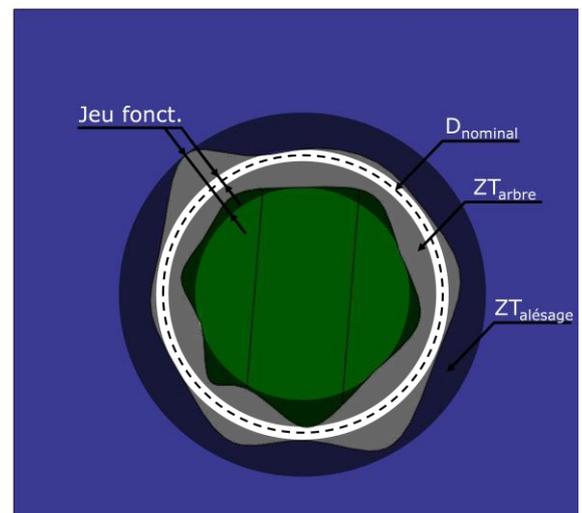


### 2 – Jeu de fonctionnement

Comme il est impossible de réaliser des pièces avec une géométrie parfaite, le jeu est une nécessité dans l'assemblage des éléments d'un mécanisme.

La considération industrielle du problème a produit la notion de tolérancement, qui définit les classes de qualité d'assemblage et fixe les règles de l'emploi du jeu mécanique.

La maîtrise de cette différence de dimensions réelles entre une pièce contenant et une pièce contenue, par exemple, relève des talents du concepteur (pour la décision) et du fabricant (pour la réalisation).



L'assemblage de deux pièces s'emboîtant par des formes complémentaires est appelé ajustement. C'est le cas des gonds d'une porte. La coïncidence parfaite de ces formes complémentaires ne peut pas être envisagée, même dans le cas d'un travail unitaire (artisanat). Le défaut existe de toute façon, même à très petite échelle. Il existe donc une différence de dimension qu'on appelle le **jeu mécanique**.

## Désignation d'un ajustement

On observe deux cas d'assemblage:

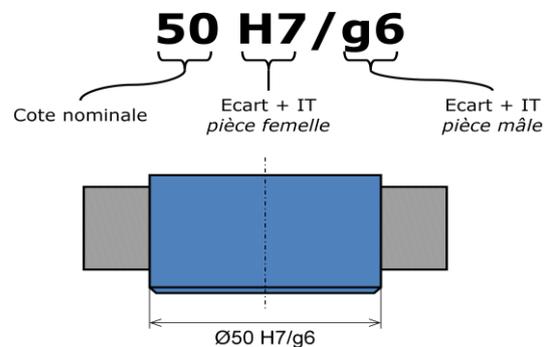
- avec **jeu (positif)** : la pièce contenant est, dans l'absolu, plus grande que la pièce contenue; le montage est alors possible. C'est le cas du tiroir de commode, ou plus précisément d'un piston de moteur dans sa chemise.
- avec **serrage**: lorsque la pièce contenant est plus petite que la pièce contenue, le montage ne peut se faire qu'après déformation locale des pièces. C'est le cas du bouchon de liège dans le goulot de bouteille, ou de la frette.

On distingue alors 3 types d'ajustements:

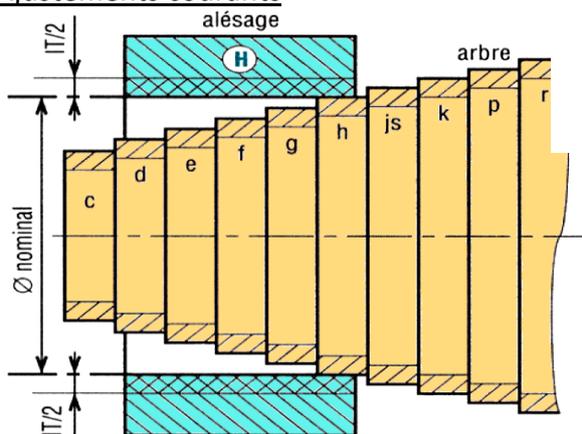
- **avec jeu**: pour toute pièce contenant et toute pièce contenue prises dans les deux populations, le contenant est plus grand que le contenu. C'est le cas recommandé pour les guidages qui ne doivent pas coincer.
- **serré**: pour toute pièce contenant et toute pièce contenue prises dans les deux populations, le contenant est plus petit que le contenu. C'est le cas d'assemblages qui doivent transmettre des efforts. L'embellage indémontable du moteur de la 2CV Citroën, est obtenu par assemblage serré de pièces plus simples.
- **avec jeu incertain**: toutes les combinaisons n'aboutissent pas forcément à un jeu de même signe. Ce cas peut poser des soucis lors de l'assemblage à la chaîne. On utilise rarement ce cas, seulement pour des couvercles.

La valeur d'un ajustement est spécifiée sur la cote par la syntaxe suivante :

Le travail de normalisation a abouti au système ISO d'ajustements prend en compte la dimension nominale des deux pièces et le type de montage envisagé.



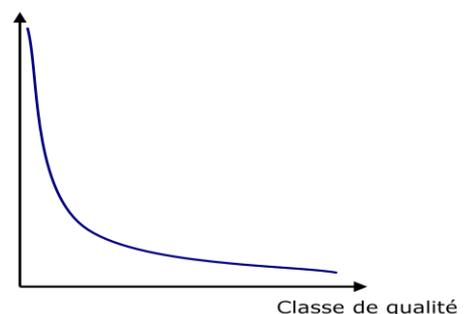
### Ajustements courants



### Conséquence économique

Le coût de fabrication des pièces est lié à la classe de qualité.

Coût de fabrication



### 3 – Différents degrés de modélisation

#### Les 3 degrés de modélisation :

Modélisation des mobilités apparentes (suite à analyse des surfaces)

➡ **Schéma cinématique temporaire**

Il n'est qu'une étape dans pour modélisation du mécanisme

Seules les mobilités utiles sont modélisées

➡ **Schéma cinématique de fonctionnement**

Calcul des relations cinématiques

Il minimise le nombre d'inconnues cinématiques

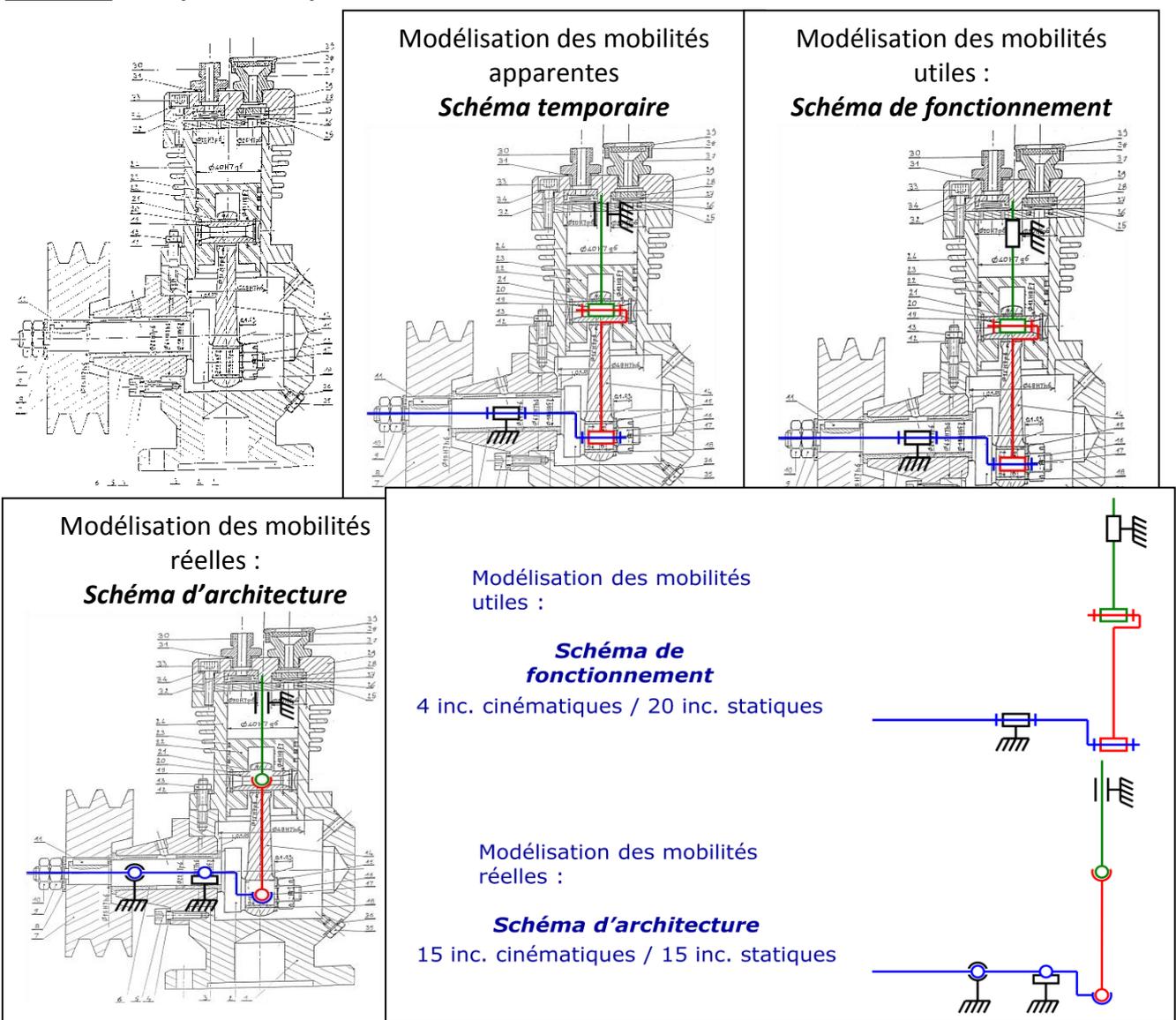
Toutes les mobilités sont modélisées (jeu fonctionnel pris en compte)

➡ **Schéma cinématique d'architecture**

Calcul des actions mécaniques de liaison

Il minimise le nombre d'inconnues statiques

#### Exemple : Compresseur à piston



#### 4 – Hyperstatisme des systèmes mécaniques

Les actions de liaisons doivent être déterminées afin de dimensionner le mécanisme.

⇒ Principe Fondamental de la Statique, du PFD, ou d'une méthode énergétique

Pour connaître les actions de liaisons dans tous les composants, il faut modéliser chacun d'eux

⇒ Utilisation du Schéma cinématique **d'architecture**

Degré d'hyperstatisme d'un point de vue des actions transmissibles

$$h = A_{\text{inconnues}} - A_{\text{équations}} + M_{\text{totales}}$$

$A_{\text{inconnues}}$  = Nombre d'inconnues des torseurs des actions mécaniques

→  $A_{\text{équations}} = N_{\text{solides}} \times 6$  (ou 3 dans le plan)

Le bâti n'est jamais compté

→  $M_{\text{totales}} = M_{\text{utiles}} + M_{\text{internes}}$

$M_{\text{utiles}}$  définies par la loi E/S

$M_{\text{internes}}$  non recherchées, non gênantes

Interprétation de h : degré d'hyperstatisme

**Isostatisme :  $h = 0$**

Le système est résolvable par les équations de la dynamique

**Hyperstatisme :  $h > 0$**

Il manque une inconnue cinématique ou il y a une action de liaison en trop

**Hypostatisme :  $h < 0$**

Il manque une action de liaison ou il y a une inconnue cinématique en trop

#### Exemple : Compresseur à piston

Point de vue des actions transmissibles

Nombre d'inconnues :  $3 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 4 = 15$

↙ ↘

sphériques      pivot glissant

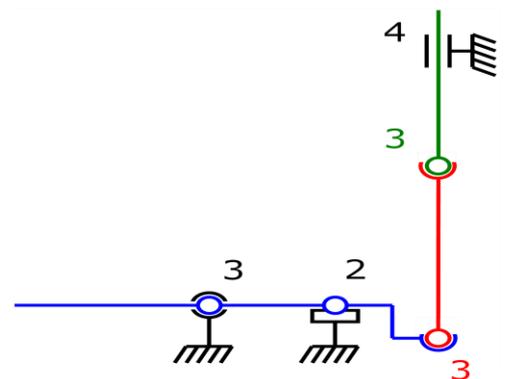
↙ ↘

sphère - cylindre

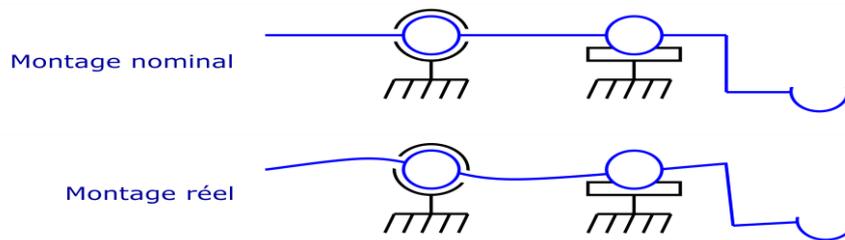
Nombre d'équations :  $3 \times 6 = 18$

Nombre de mobilités :  $1 + 2 = 3$

$$h = 15 - 18 + 3 = 0$$



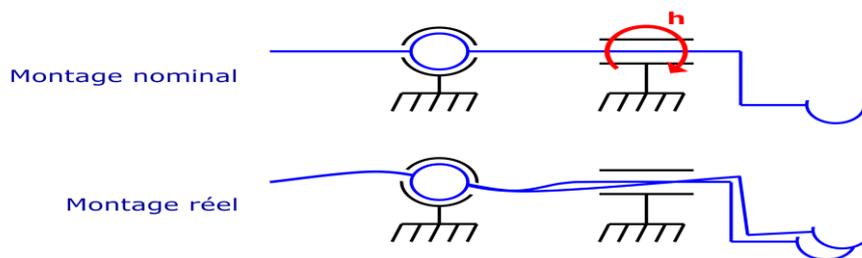
Interprétation : Montage isostatique [ $h = 5 - 6 + 1 = 0$ ]



**(+) Montage facilité**

**(-) Faible rigidité de liaison**

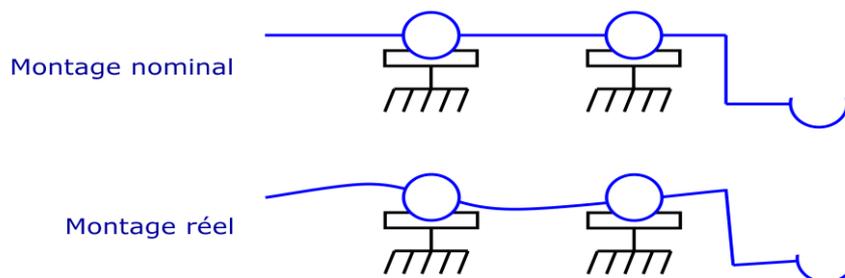
Interprétation : Montage hyperstatique [ $h = 6 - 6 + 1 = 1$ ]



**(-) Montage sous contraintes**

**(+) Augmentation de rigidité de liaison**

Interprétation : Montage hypostatique [ $h = 4 - 6 + 1 = -1$ ]

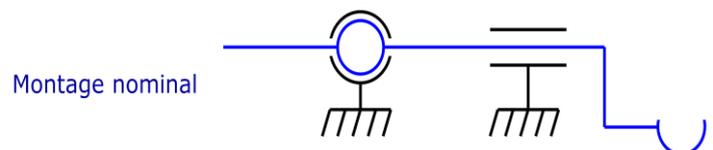


**(-) Apparition d'un mobilité non souhaitée**

Dimensionnement : Montage hyperstatique [ $h = 6 - 6 + 1 = 1$ ]

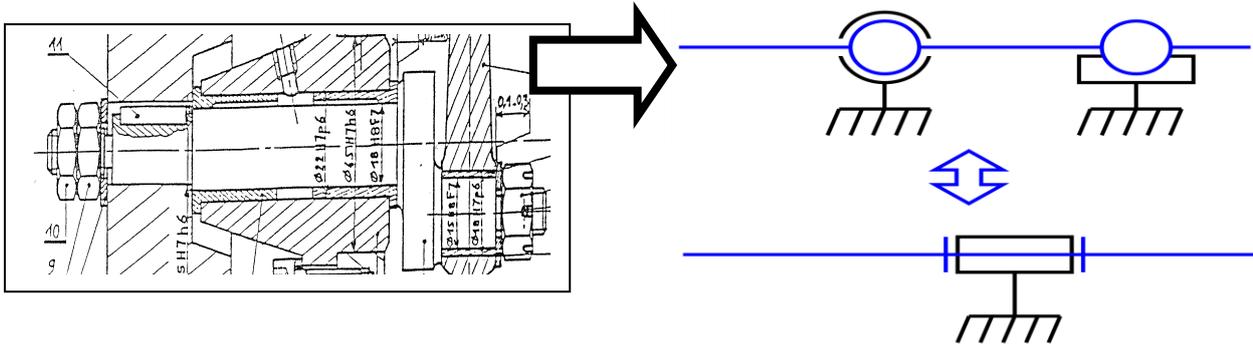
Dimensionnement d'un montage hyperstatique :

- Choix d'une modélisation isostatique afin de réduire le nombre d'inconnues
- Utilisation d'un modèle de déformation (Rdm, MEF, etc...) afin d'ajouter une ou plusieurs équations

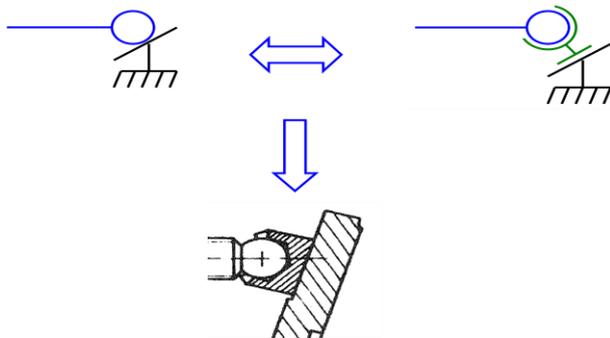


**5 – Assemblages de liaisons**

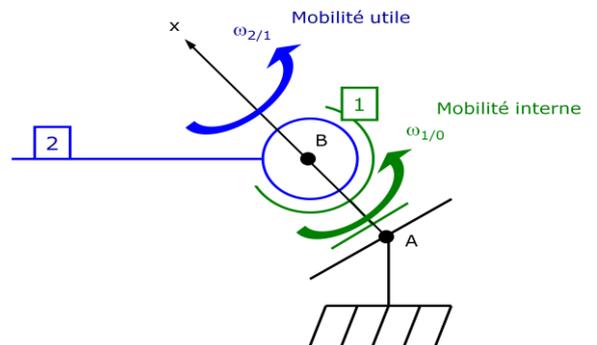
Simplification de schémas cinématiques



Développement de solutions constructives



Mise en évidence des mobilités internes



Liaisons en série – liaisons en parallèle

**Liaisons en série**  
Liaisons en séries d'un point de vue cinématique

**Addition des torseurs cinématiques**

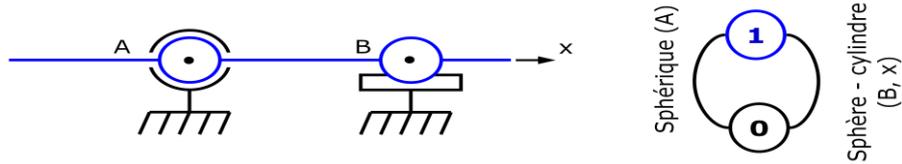
$$\{\tau_C(2/0)\} = \{\tau_C(2/1)\} + \{\tau_C(1/0)\}$$

$$\{\tau_C(2/1)\} = \begin{Bmatrix} \omega_{X21} & 0 \\ \omega_{Y21} & 0 \\ \omega_{Z21} & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \{\tau_C(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{Bmatrix}_B$$

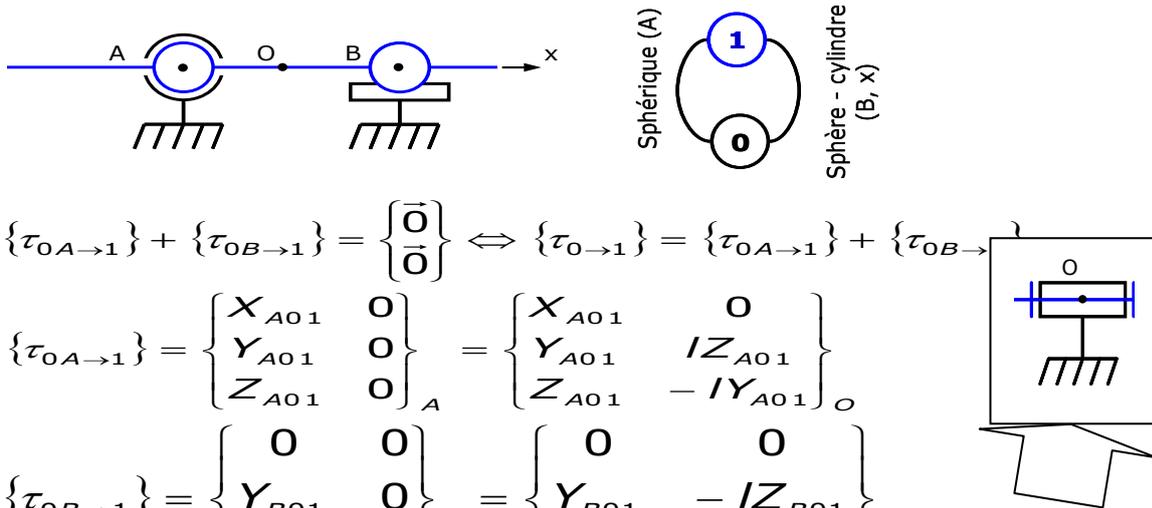
**Mobilité interne**

$$\{\tau_C(2/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_{X21} & 0 \\ \omega_{Y21} & 0 \\ \omega_{Z21} & 0 \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \omega_{X10} & 0 \\ 0 & V_{Y10}(A) \\ 0 & V_{Z10}(A) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{X21} + \omega_{X10} & 0 \\ \omega_{Y21} & V_{Y10}(A) \\ \omega_{Z21} & V_{Z10}(A) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{X20} & 0 \\ \omega_{Y20} & V_{Y20}(B) \\ \omega_{Z20} & V_{Z20}(B) \end{Bmatrix}_B$$

Liaisons en parallèle



Liaisons en parallèle d'un point de vue des actions transmissibles



$$\{\tau_{OA \rightarrow 1}\} + \{\tau_{OB \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\tau_{O \rightarrow 1}\} = \{\tau_{OA \rightarrow 1}\} + \{\tau_{OB \rightarrow 1}\}$$

$$\{\tau_{OA \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & 0 \\ Z_{A01} & 0 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & IZ_{A01} \\ Z_{A01} & -IY_{A01} \end{Bmatrix}_O$$

$$\{\tau_{OB \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & 0 \\ Z_{B01} & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & -IZ_{B01} \\ Z_{B01} & IY_{B01} \end{Bmatrix}_O$$

$$\{\tau_{O \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & IZ_{A01} \\ Z_{A01} & -IY_{A01} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B01} & -IZ_{B01} \\ Z_{B01} & IY_{B01} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} + Y_{B01} & I(Z_{A01} - Z_{B01}) \\ Z_{A01} + Z_{B01} & I(Y_{B01} - Y_{A01}) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_O$$

**Synthèse : Opérations sur les torseurs**

		Type d'assemblage	
		Série	Parallèle
Point de vue	Cinématique	+	=
	Actions transmissibles	=	+

## MODELISATION DES ACTIONS DE CONTACT

### 1 - Objectifs

Les actions mécaniques au sein d'un mécanisme sont transmises par le biais des surfaces de contact. Le dimensionnement des liaisons nécessite de disposer de modèles de contact entre ces surfaces fonctionnelles.

Les paramètres à prendre en compte peuvent être nombreux :

- Formes des surfaces de contact
- Vitesse relative entre les surfaces
- Conditions de lubrification
- Température de fonctionnement
- Jeu fonctionnel
- Jeu fonctionnel

La modélisation du contact entre deux solides doit permettre d'évaluer les paramètres suivants :

- Pression de contact maximum → contrainte max
- Déplacement des deux solides (rapprochement)

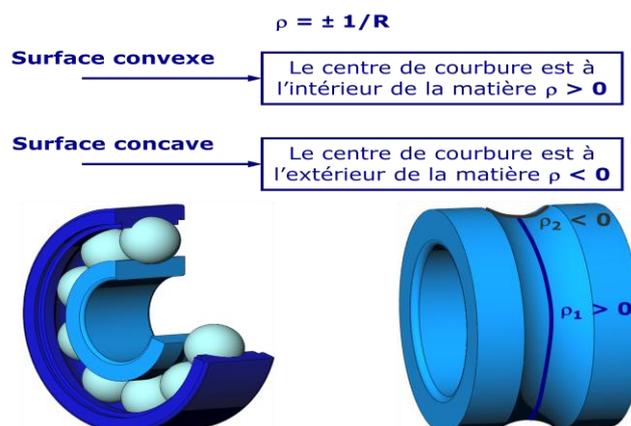
Les modèles analytiques disponibles permettent une évaluation satisfaisante de ces paramètres pour les contacts ponctuels et correct pour les contacts linéiques.

Analytiquement, la modélisation des contacts surfaciques est possible pour les cas simples, sinon le recours aux modèles numériques est indispensable.

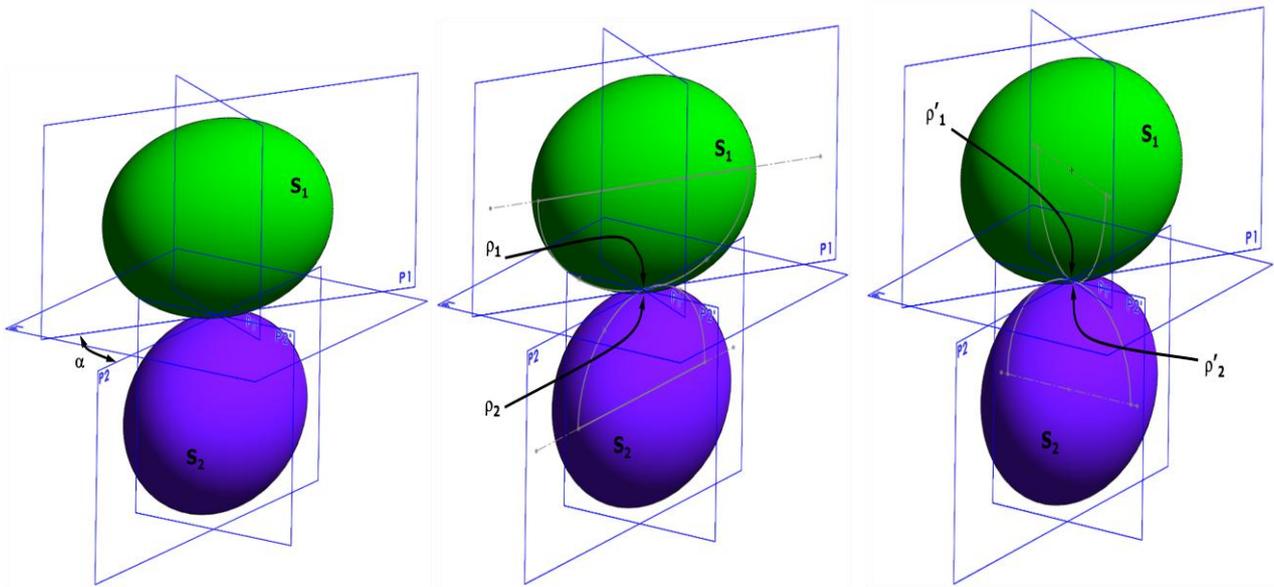
### 2 - Hypothèses de la théorie du contact de Hertz (1881)

- Hypothèses de l'élasticité linéaire (homogènes, isotropes)
- Contact sans frottement
- Vitesse de glissement nulle entre les deux solides
- Déformations négligeables en dehors de la zone de contact
- Les solides sont semi-infinis
- La surface de contact est plane
- Au point de contact, les actions mécaniques sont modélisées par un glisseur d'axe normal à la surface de contact

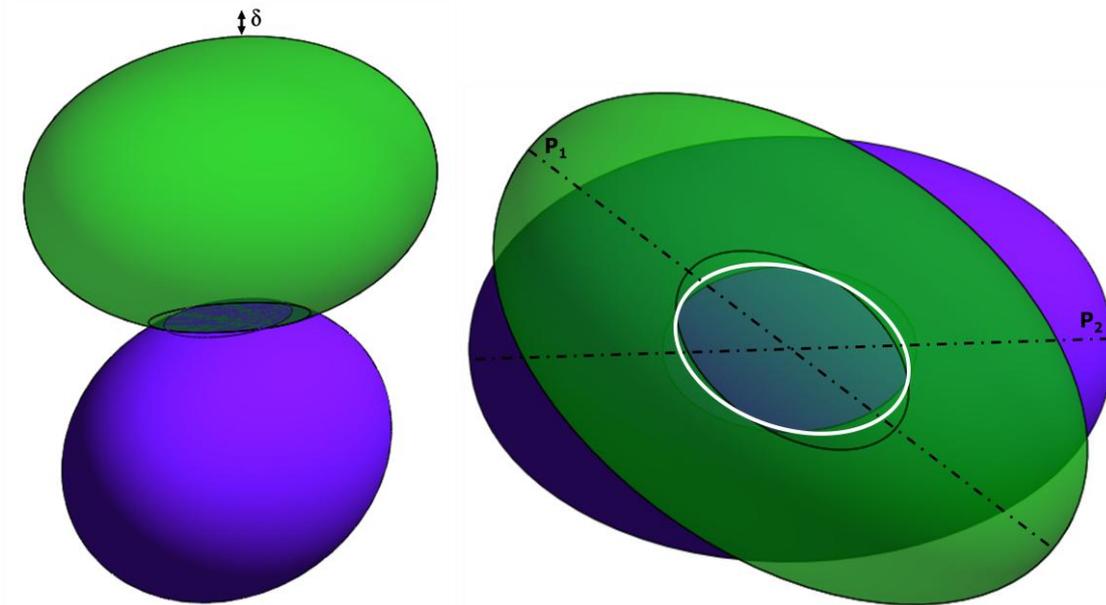
### 3 – Contact ponctuel



Rayon de courbure

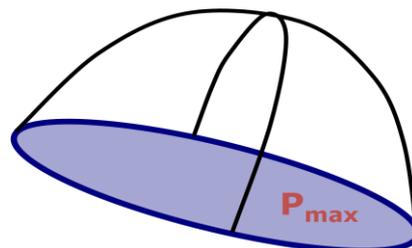


Surface de contact

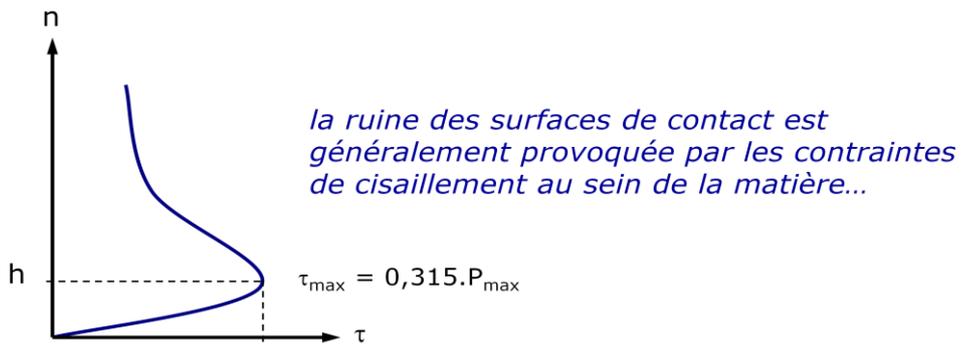


Pression de contact La répartition de la pression de contact est elliptique

$$P_{\max} = \frac{3}{2} \frac{N}{\pi ab}$$



Répartition de la contrainte tangentielle en fonction de la profondeur h



**4 – Critère de dimensionnement – Traitement de surface**

Le matériau a ainsi besoin d'une limite élastique importante "uniquement" au voisinage de la surface de contact avec une autre composant.

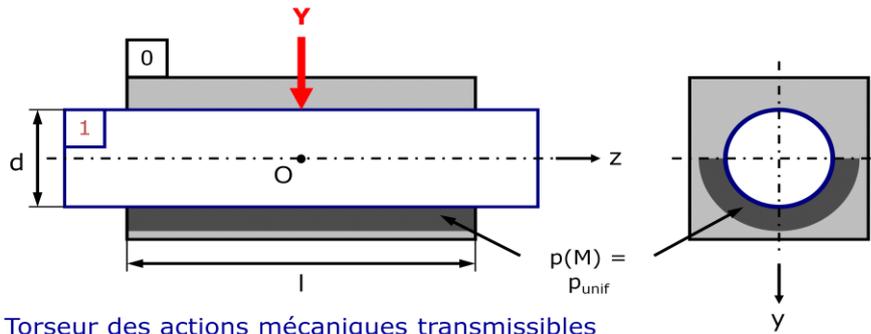
La mise en œuvre de traitements thermiques adaptés (i.e. : trempe superficielle, cémentation, etc...) permet d'augmenter localement la limite élastique du matériau.

La connaissance de la profondeur où la contrainte de cisaillement est maximum permet d'imposer un critère sur l'épaisseur de couche à traiter.

**5 – Contact surfacique**

Contact entre 2 cylindres

Répartition de pression uniforme



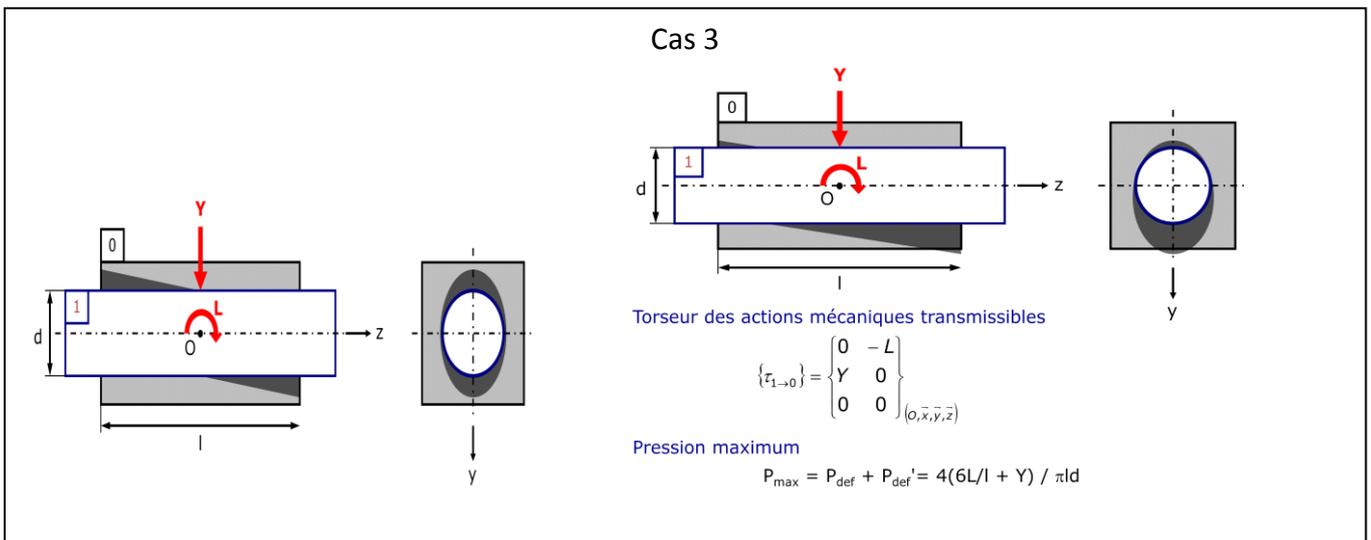
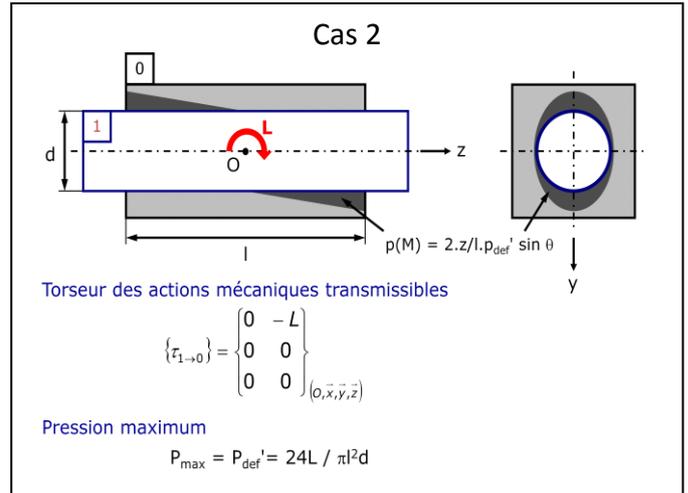
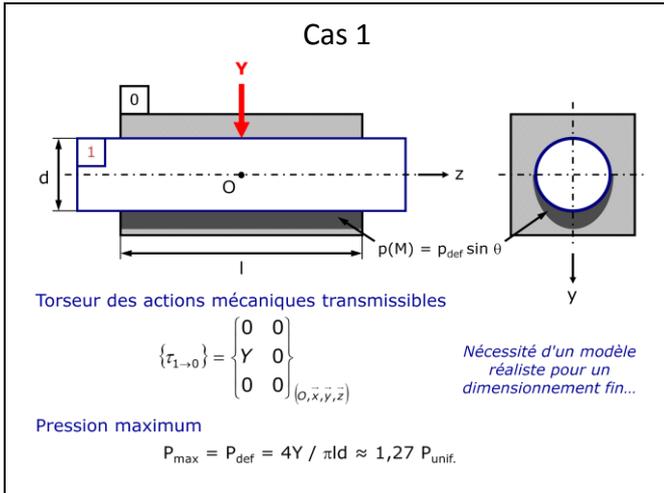
Torseur des actions mécaniques transmissibles

$$\{\bar{\tau}_{1 \rightarrow 0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(o, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Pression maximum

$$P_{\max} = P_{\text{unif}} = Y / ld$$

Répartition de pression proportionnelle à la déformation

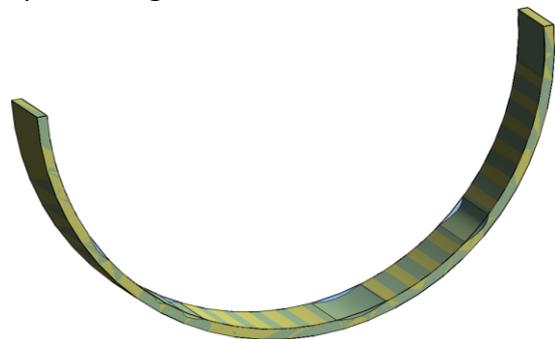
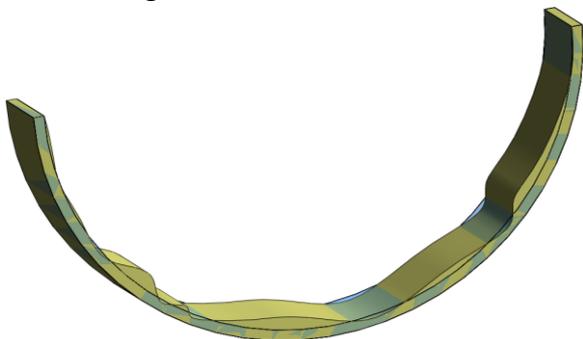


Rodage des surfaces

La géométrie des surfaces de contact réelles n'ont pas les formes nominales de modélisation

Avant rodage ....

Après rodage ...



L'étendue des surfaces de contact réelles est inférieure à celles des surfaces nominales.



Utilisation d'un **coefficient de sécurité**

## 6 - Prise en compte du mouvement relatif

### S'il y a glissement entre les deux solides

L'énergie dissipée par frottement engendre une élévation de la température au niveau du contact. Le couple de matériaux est caractérisé par une température maximum d'utilisation.

L'ajout d'un lubrifiant permet :

- La diminution du coefficient de frottement
- L'évacuation des calories par transferts thermiques (conduction et convection)

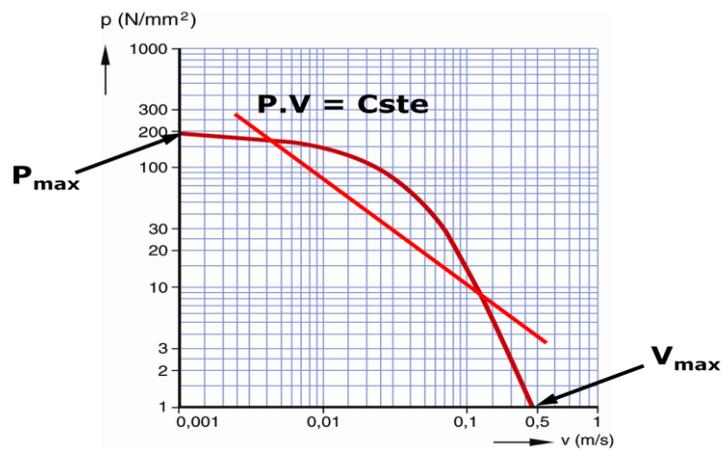
⇒ Apparition d'un couple résistant par phénomène de frottement

### Critères de dimensionnement des paliers lisses

$P_{\max}$  : Charge maximum à vitesse nulle [ $N.m^{-2}$ ]

$V_{\max}$  : Vitesse linéaire maximum à charge nulle [ $m.s^{-1}$ ]

$P.V$  : Puissance maximum de dissipation thermique [ $N.m^{-1}.s^{-1}$ ]



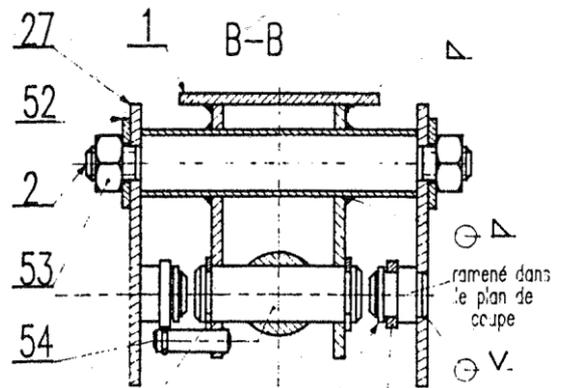
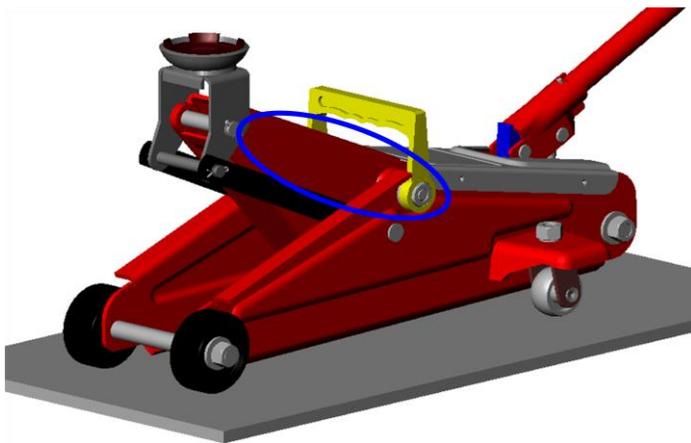
## SOLUTIONS CONSTRUCTIVES POUR LES GUIDAGES

### 1 - Objectifs

- Décrire quelques dispositions constructives pour les liaisons encastrement, pivot et glissière ;
- Lister les avantages et les inconvénients de chaque solution constructive

### 2 – Guidages en rotation

#### 2 -1 Contact direct



Réalisation

→ Deux surfaces nominalement cylindriques  
+ jeux fonctionnels (+ lubrifiant )

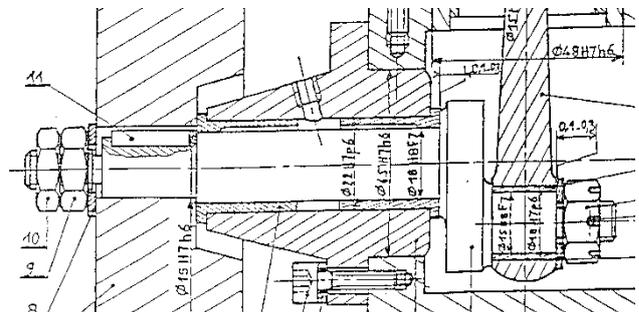
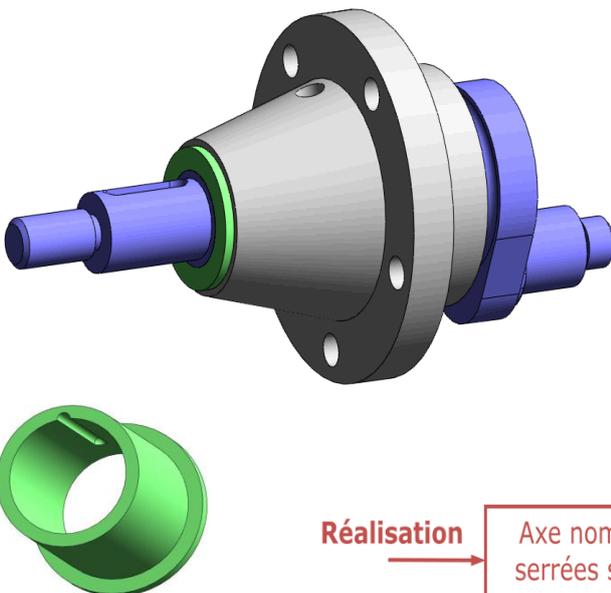
(+) Peu couteux

(-) Pas de composant d'usure

(+) Montage aisé

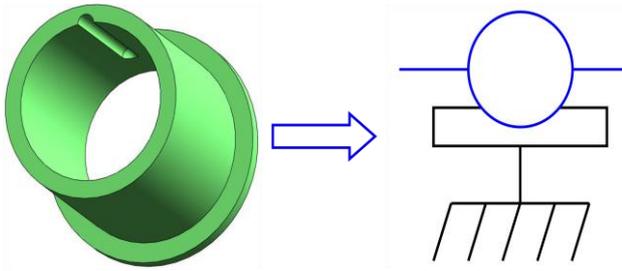
(-) Lieu de forte perte énergétique

#### 2 -2 Paliers lisses (Bagues, Coussinets, etc...)



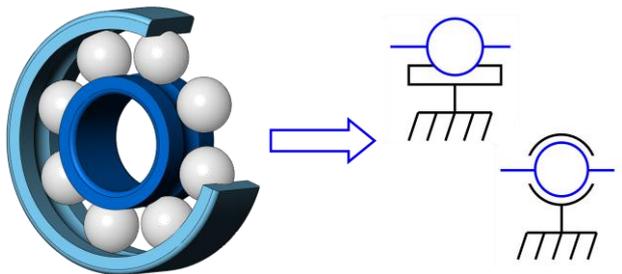
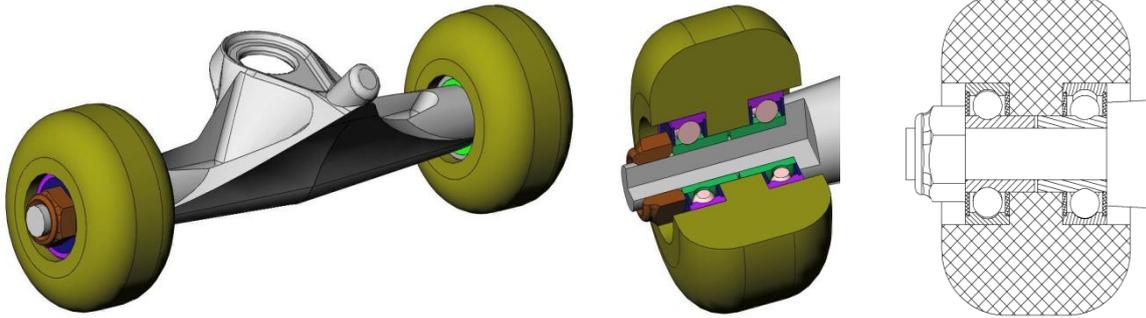
Réalisation

→ Axe nominalement cylindrique + 2 bagues montées serrées sur la bâti et glissantes sur l'axe + lubrifiant



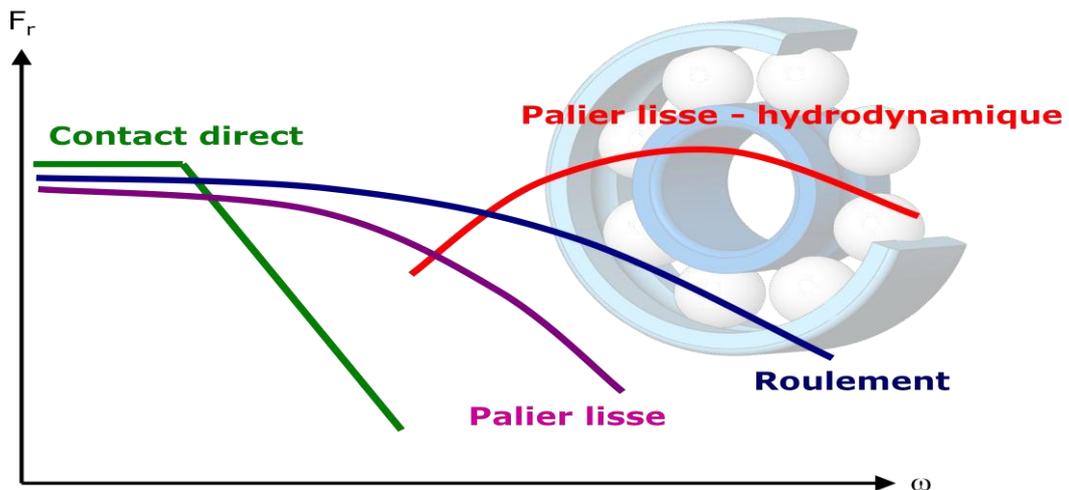
- (+) Coût limité
- (+) Montage simple
- (+) Perte énergétique faible
- (+) Possibilité d'autolubrification
- (+) Interchangeabilité
- (-) Plage de vitesses de rotations limitée

2 – 3 Paliers à éléments roulants



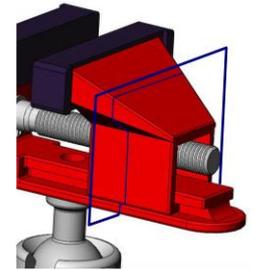
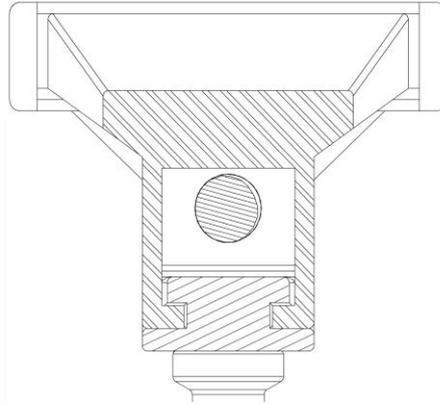
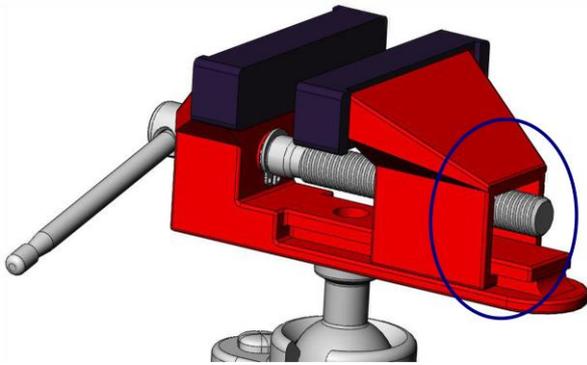
- (+) Efforts encaissés
- (+) Coût raisonnable
- (+) Perte énergétique très faible
- (+) Interchangeabilité
- (+) Large plage de vitesses de rotation
- (-) Montage délicat
- (-) Pièces plus complexe

2 – 4 Domaines d'application des différents dispositifs



### 3 – Guidages en translation

#### 3 – 1 Par contact direct

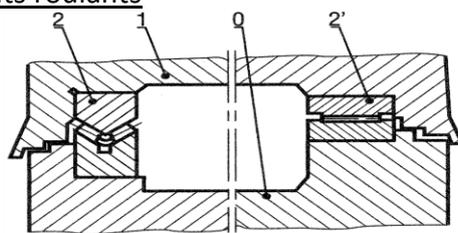


**Réalisation**

Quatre surfaces nominale<sup>ment</sup> planes + jeux fonctionnels (+ lubrifiant )

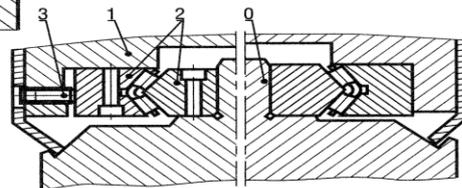
- (+) Peu couteux
- (-) Pas de composant d'usure
- (+) Montage aisé
- (-) Lieu de forte perte énergétique

#### 3 – 2 Par éléments roulants

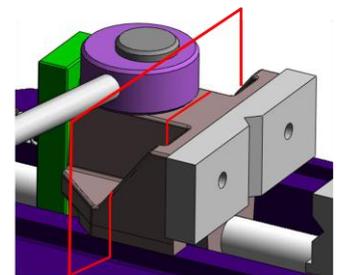
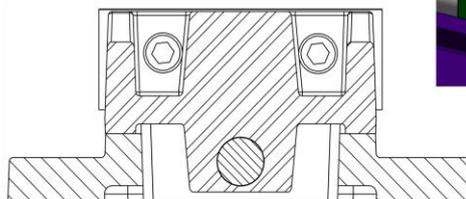
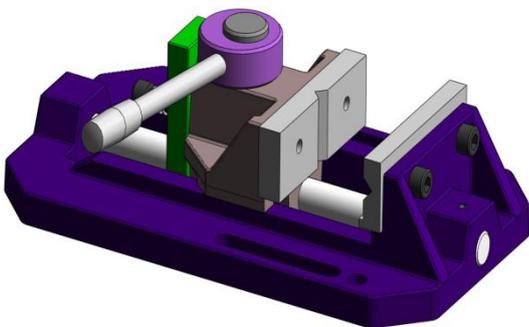


- (-) Montage délicat
- (-) Pièces plus complexe

- (+) Efforts encaissés
- (+) Coût raisonnable
- (+) Interchangeabilité
- (+) Perte énergétique très faible
- (+) Large plage de vitesses linéaire



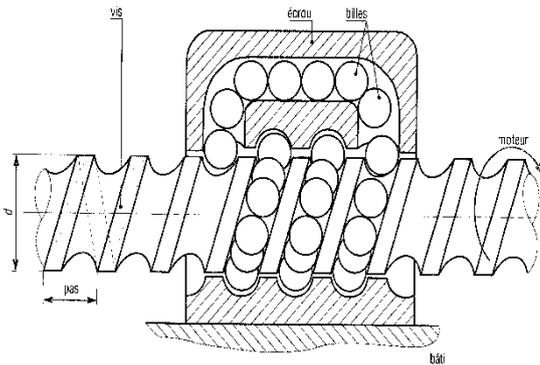
#### 3 – 3 Structure mixte



**Réalisation**

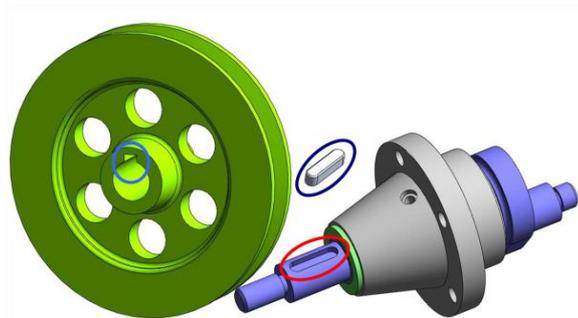
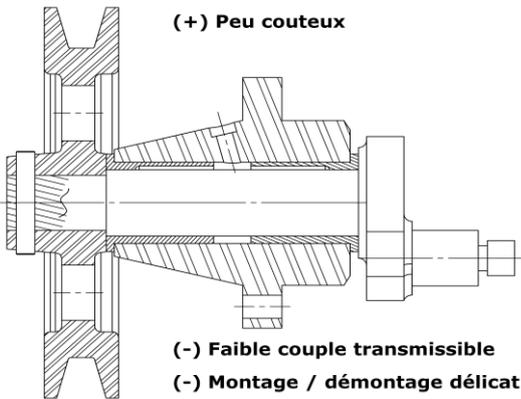
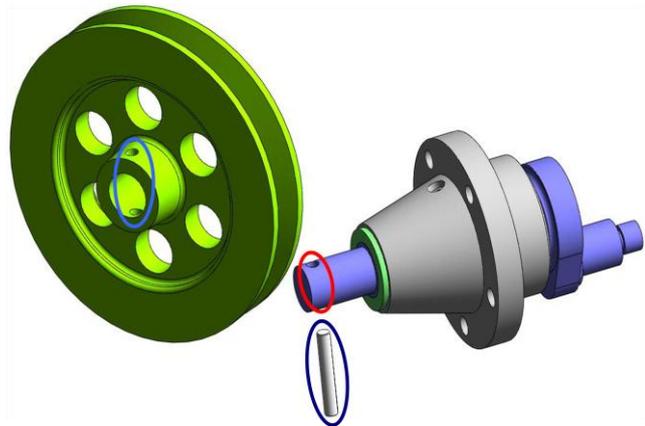
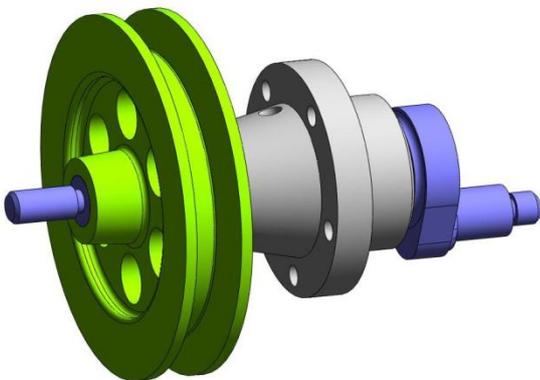
Deux surfaces nominale<sup>ment</sup> cylindriques + une surface nominale<sup>ment</sup> plane + jeux fonctionnels (+ lubrifiant )

4- Transformation de mouvement : Liaison hélicoïdale

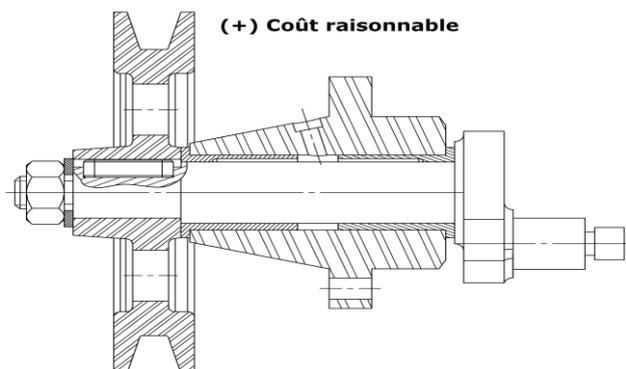
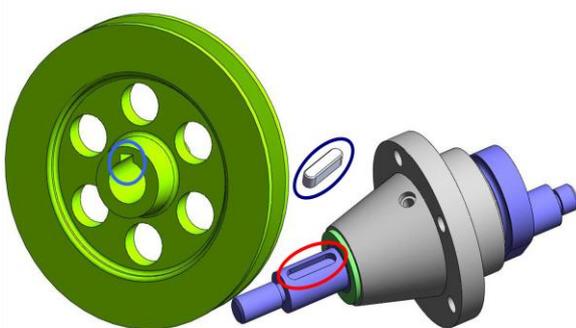


5 – Liaison en rotation

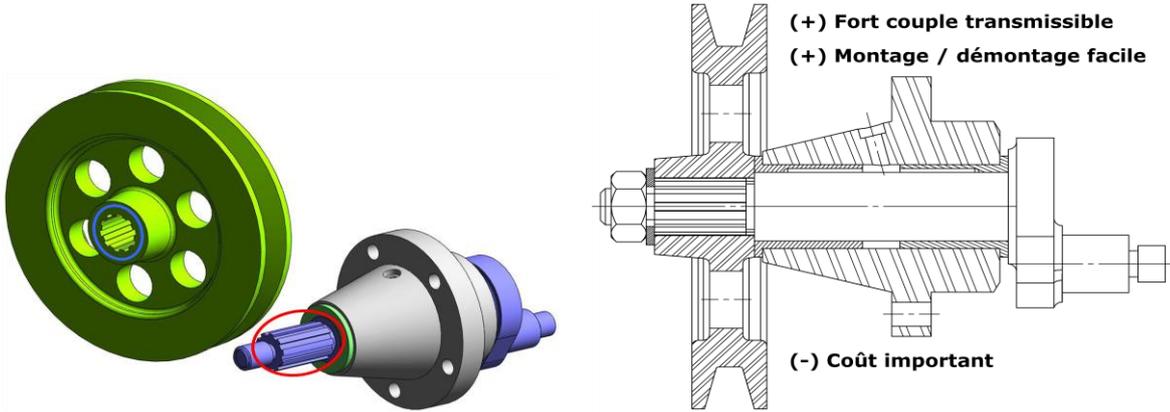
Goupille :



Clavette



Cannelures



## GUIDAGE PAR ELEMENTS ROULANTS

### Objectifs de l'étude

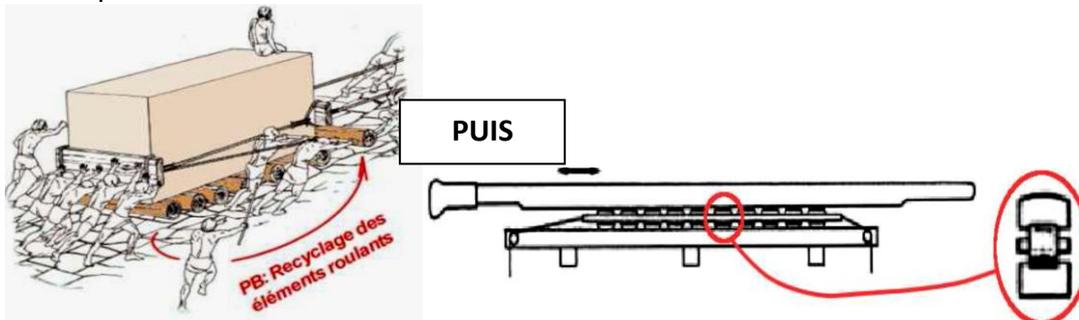
- connaître les différents types de roulements
- modéliser un roulement par une liaison normalisée
- concevoir une liaison pivot par roulement
- dimensionner la liaison pour une durée de vie et des charges données
- évaluer la précision d'un guidage (jeux, déformations)

### 1 - Historique : Intérêt des éléments roulants

#### La roue - Les éléments roulants

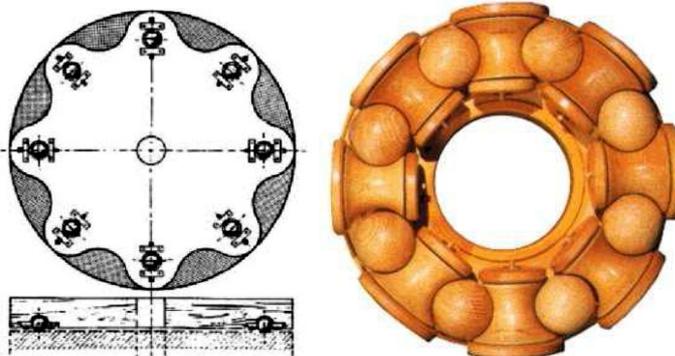
Il y a 4500 ans :

- invention de la roue
- lubrification par des graisses animales
- pas de ré-alimentation des éléments roulants



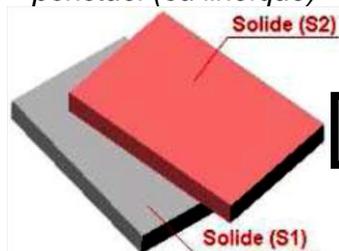
#### Apparition de la ré-alimentation

- 50 av. JC table tournante sur des sphères de bronze
- 1490, L. de Vinci première esquisse d'un roulement moderne



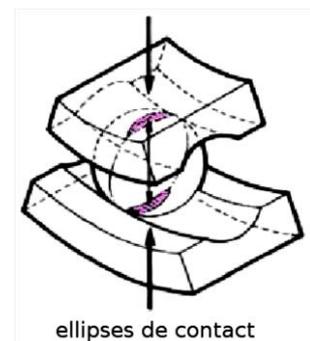
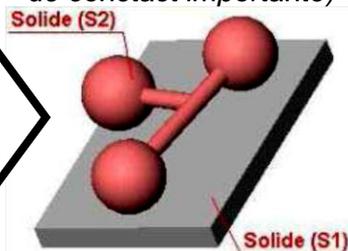
#### Les roulements modernes.....des défis technologiques...

Remplacement du contact surfacique par du contact ponctuel (ou linéique)



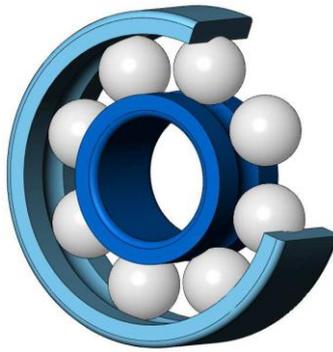
Devient

Donc besoin de matériaux très spécifiques (pression de contact importante)



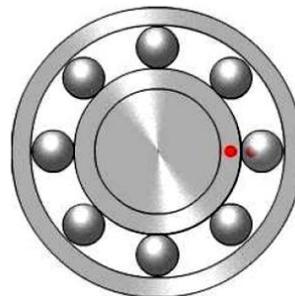
**Les roulements modernes ...des défis technologiques relevés grâce aux cycles et à l'automobile...**

1869 moyeux de voiture guidés par billes  
1903 premier roulement à billes moderne  
1907 premier roulement à rouleaux coniques (SKF)  
depuis nombreux brevets

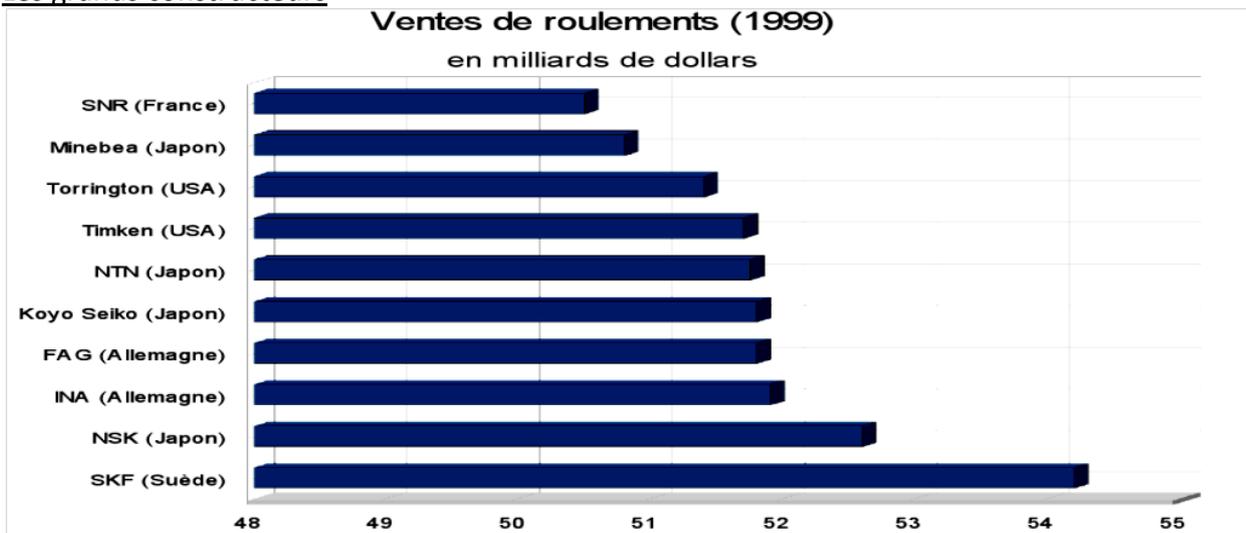


**Les roulements modernes .... Roulement sans glissement des billes**

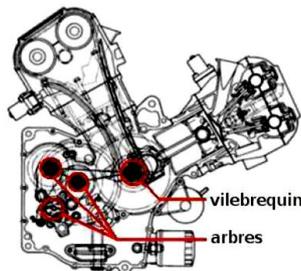
- Guidage en rotation de 2 organes
- Roulement sans glissement des billes, pas de contact direct
- Actions mécaniques transmissibles importantes
- Très bon rendement (peu de pertes d'énergie)
- Faible résistance à l'avancement



**Les grands constructeurs**

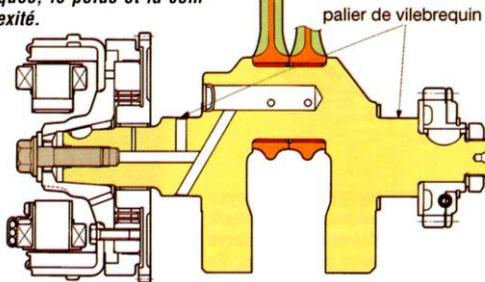


**Exemple : moteur de moto Suzuki SV650**

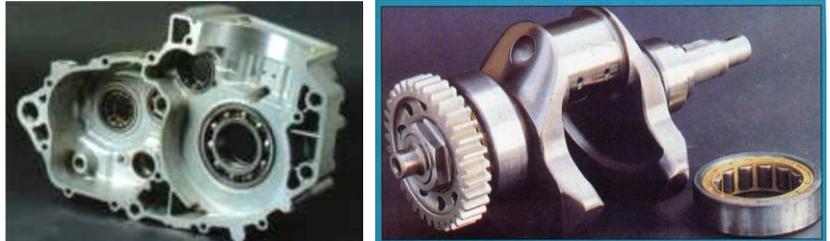


Vilebrequin sur paliers hydrodynamiques + 3 arbres sur roulements

Un bicylindre en V à 90° n'a besoin que de deux paliers de vilebrequin (les deux bielles tournent sur le même maneton), simplifiant la conception et réduisant les pertes mécaniques, le poids et la complexité.



Exemple : moteur de moto - autre solution par roulements



Exemple : guidage de vilebrequin

- précision de guidage nécessaire
- actions mécaniques à reprendre
- vitesse de rotation élevée
- Autres paramètres à prendre en compte : encombrement, coût, etc. . . .

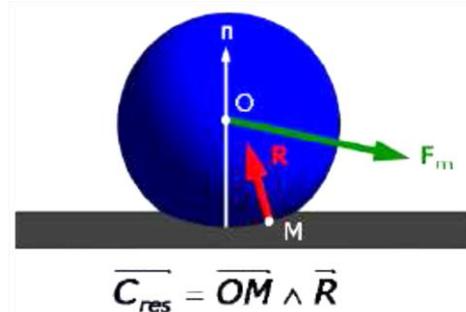
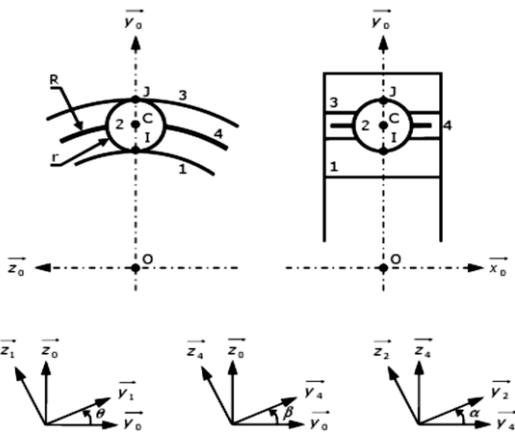
## 2 - Principes et Objectifs

### 2-1 Remplacement du contact direct par des éléments roulants

Fonction Technique : Annuler le frottement dans les liaisons

Solution : Éléments roulants qui roulent sans glisser par rapport aux deux solides en liaison

Schéma : roulement sans glissement en I et J



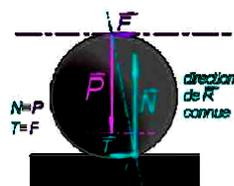
Mais tout de même des pertes d'énergie par 2 phénomènes :

- Energie de déformation des solides
- Travail de  $C_{res}$

Type	Valeur du Coef.
glissement direct acier/acier	0.2
Rit à billes	0.0015
Rit à rlx cylindriques, coniques.	0.002
Rit à aiguilles.	0.004
Butées à billes.	0.0015
Butées à rlx coniques.	0.002
Butées à rlx cylindriques	0.008

tableau des coeff. des résistances à l'avancement

Coef. de résistance au roulement



### Types de liaisons réalisables

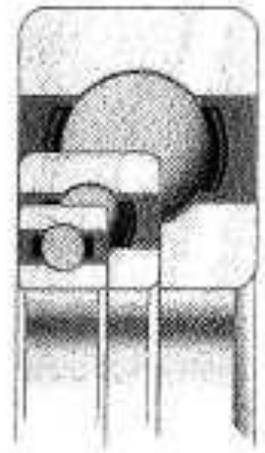
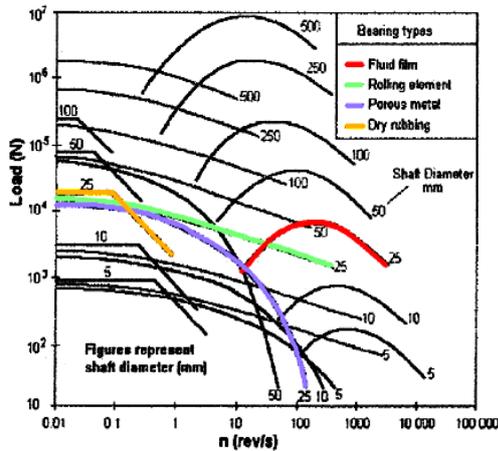
Mouvement "arbre/bâti"	Modélisation	Solution
Rotation	pivot	montage de roulements (billes, rouleaux, aiguilles)
Translation	glissière	rail/douille à billes
R + T	pivot glissant hélicoïdale	douille à billes vis à billes
Arrêt axial	appui plan (sans vitesses tangentielles)	butée

Rem : pour des roulements lubrifiés correctement

**2 – 2 Les grands principes**

- Plage d'utilisation très large (charges / vitesses)

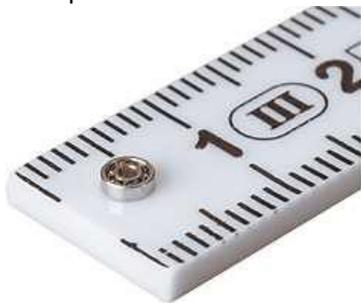
- 1 paliers hydrodynamiques
- 2 éléments roulants
- 3 paliers autolubrifiants
- 4 contact direct



- Interchangeabilité  
[série de diamètres int, puis de diamètres ext. et de largeur]  
norme ISO 015 : roulements radiaux  
norme ISO 355 : roulements coniques  
norme ISO 104 : butées jeux internes : 6 classes de jeu  
Le concepteur [vous] doit choisir le jeu pour un fonctionnement correct.

- des dimensions variées, jusque l'exception

du très petit . .



. . . au très grand



**Déformations - Relation de comportement**

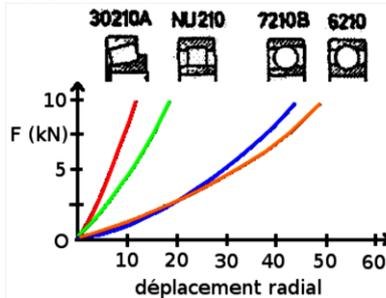
Le roulement se déforme radialement sous charge.

Le comportement du roulement dépend du jeu interne (donc du nombre d'éléments chargés).

DIAGRAMMES DE CHARGE AVEC  $F_r = Cte$

	Fig. a	Fig. b	Fig. c	Fig. d	Fig. e
Modèle de charges combinées					
Diagramme de la zone des charges radiales $RQ_r = F_r$					
Diagramme des charges axiales $RQ_a = F_a$					

RdC radiale



RdC axiale

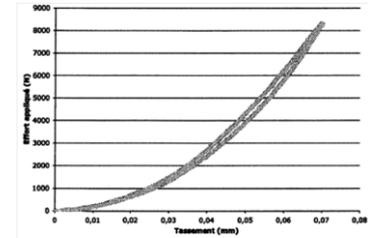


Figure 18 : Comportement axial du roulement SKF NU 207

La RdC est de type non linéaire.

**Avantages**

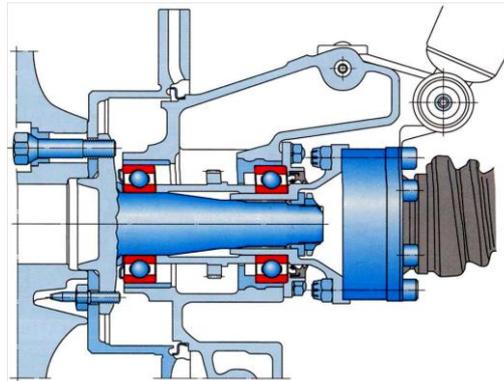
- Encombrement relativement réduit
- Bonne précision de guidage (IT réduits)
- Bonne rigidité de liaison (déformations maîtrisables)
- Très bon rendement
- Prix intéressant (fabrication en grande série)

**Inconvénients**

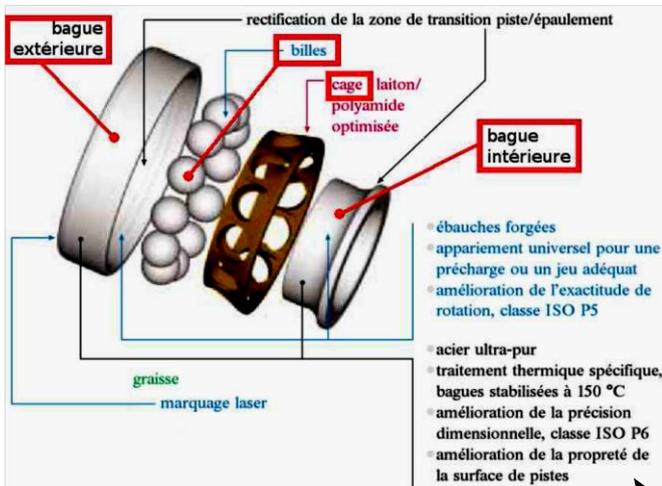
- Vitesse de rotation (parfois) limitées ( effets d'inertie sur les éléments roulants )
- Quelques complications de montage ( cf. arrêts axiaux/radiaux et réglages de jeux )
- Protection et entretien nécessaires

**Exemple de réalisation de liaison pivot**

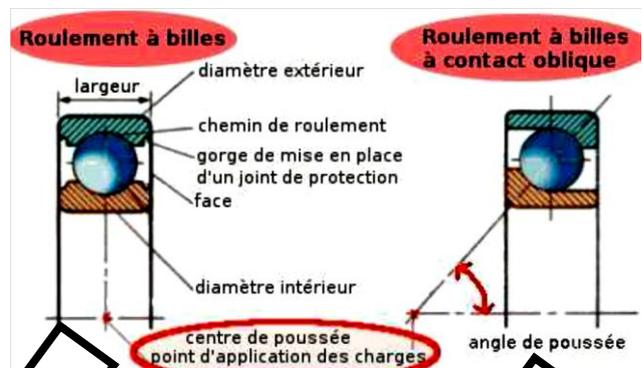
Axe de roue arrière d'une Ferrari 348 : rls à billes à contact radial



**Exemple : Roulement à billes à contact oblique**



**Différents types de contact ( Radial / Oblique )**



à contact radial



à contact oblique

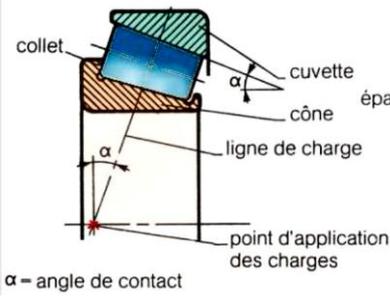


**Les roulements à rouleaux**

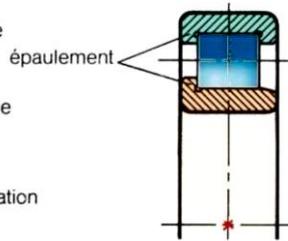
Coniques



Roulement à rouleaux coniques



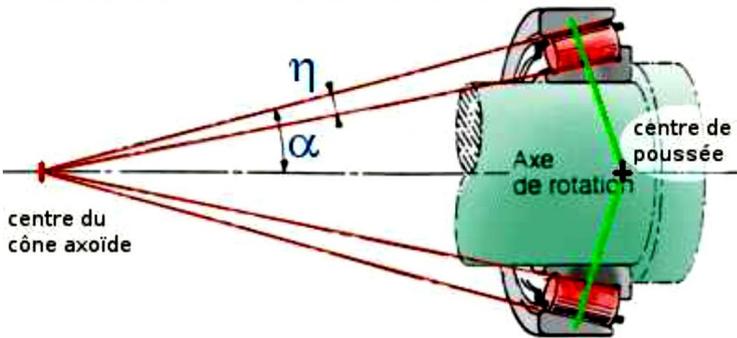
Roulement à rouleaux cylindriques



Cylindriques



**Les roulements à rouleaux coniques : cône d'angle  $\alpha$  convergence des génératrices des rouleaux coniques**



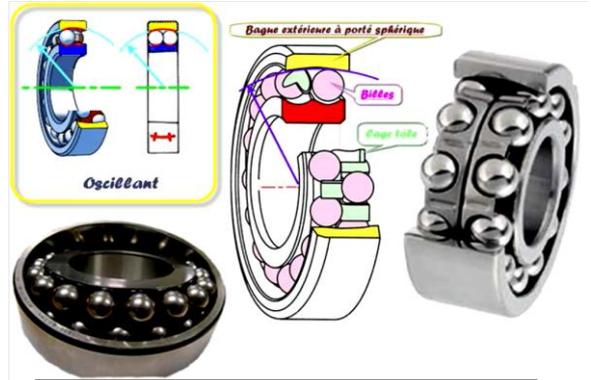
**Les autres types de roulements**

à rotule sur billes

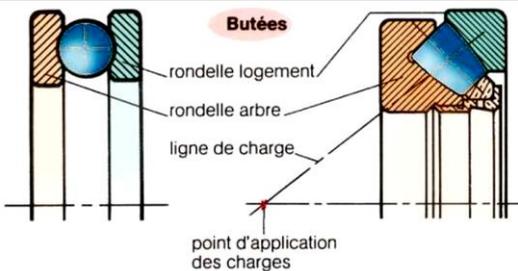


grand rotulage possible

à rotule sur rouleaux



grand rotulage ↔ contact oscillant



gros efforts axiaux transmissibles

douille à billes

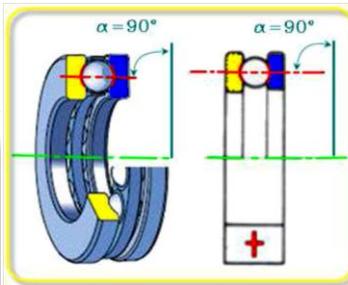
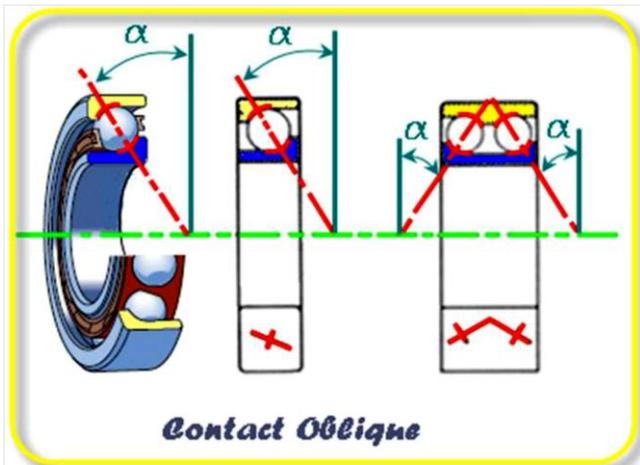
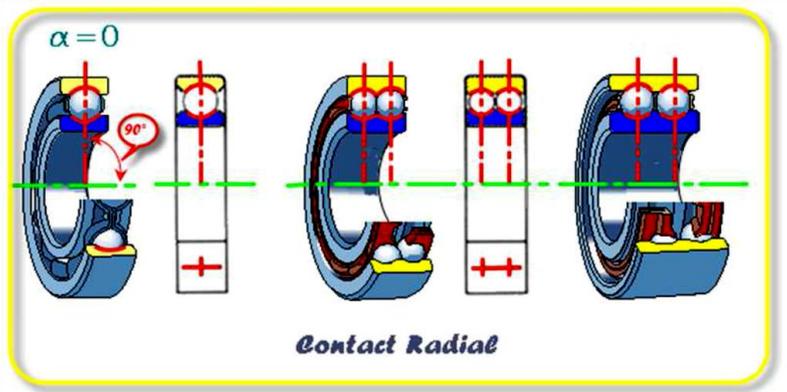
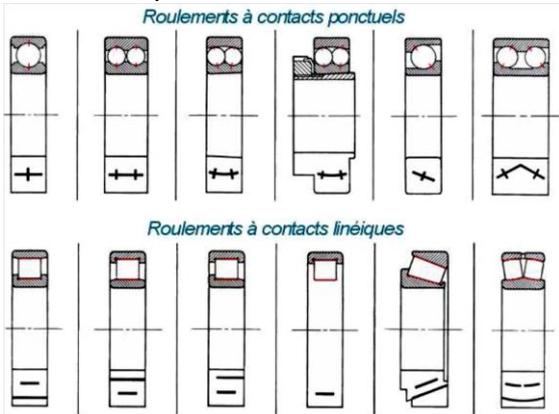


vis à billes



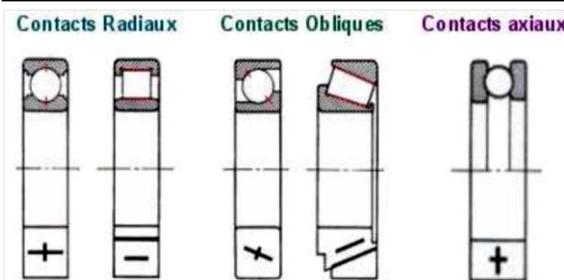
D'où des catégories de roulements

- par éléments roulants : billes - rouleaux cylindriques - rouleaux sphériques
- par direction des actions mécaniques transmissibles : radiaux - obliques - axiaux



Les types de roulements Comparaison des aptitudes	Aptitude aux charges			Vitesse limite de rotation N.Dm <sup>(1)</sup> (lub. à la graisse)	Défaut d'alignement admissible entre arbre et logement						
	radiale	axiale									
Types	faible	moyen	bonne	faible	moyen	bonne	faible	moyen	élevée	0 - 10'	1/2°-3'

contact oblique : jeu annulé au montage



Roulement à billes à contact radial	■	■	■	■	■	■	■	■	■	●	
Roulement à billes à contact radial à deux rangées de billes	■	■	■	■	■	■	■	■	■	●	
Roulement à billes à contact oblique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	●	
Roulement à billes à contact oblique à deux rangées de billes	■	■	■	■	■	■	■	■	■	●	
Roulement à rotule sur billes	■	■	■	■	■	■	■	■	■		●

(1) N.Dm : N = vitesse de rotation en t/mn. Dm = diamètre moyen roulement =  $\frac{d+D}{2}$   
En lubrification à l'huile, la vitesse limite est augmentée d'environ 35 %.

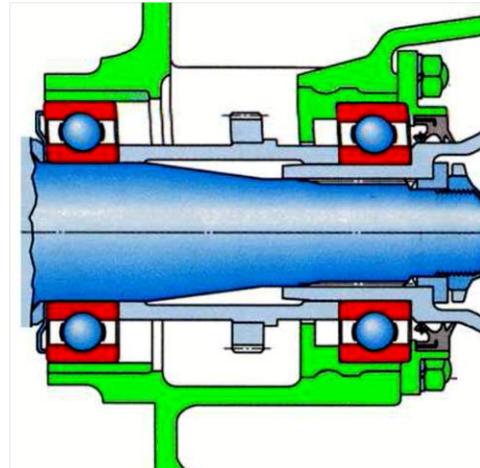
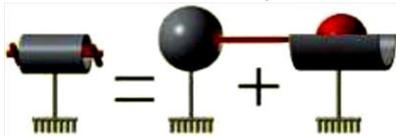
Les types de roulements Comparaison des aptitudes	Aptitude aux charges			Vitesse limite de rotation N.Dm <sup>(1)</sup> (lub. à la graisse)	Défaut d'alignement admissible entre arbre et logement			
	radiale	axiale						
Types	faible	moyen	bonne	faible	moyen	élevée	0 - 10'	1/2°-3°
Roulement à rouleaux cylindriques								
Roulement à rouleaux coniques								
Roulement à rouleaux sphériques								
Butée à billes								
Butée à rouleaux sphériques								

(1) N.Dm : N = vitesse de rotation en t/mn. Dm = diamètre moyen roulement =  $\frac{d+D}{2}$   
En lubrification à l'huile, la vitesse limite est augmentée d'environ 35 %.

## 4 - Modélisation par une liaison normalisée

### 4 – 1 But de l'étude

Modèle d'un roulement  
 + liaison bague int/arbre  
 + liaison bague ext/alésage  
 + association de 2 ou plusieurs rits  
 = liaison pivot axe/alésage  
 → calcul de liaison équivalente

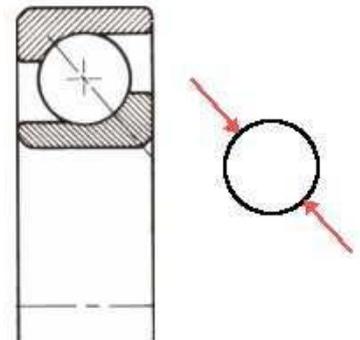


Quelles sont les AM transmissibles dans un roulement ?

Nous voulons un modèle de roulement sous forme de liaison normalisée.

### 4 – 2 Roulement à billes à contact obliques

- 1 Isolons un élément roulant [ici une bille]
- 2 PFS ! direction des AM transmissibles(elle est soumise à 2 forces),
- 3 généralisation à n contacts par billes
- 4 obtention d'un modèle de roulement

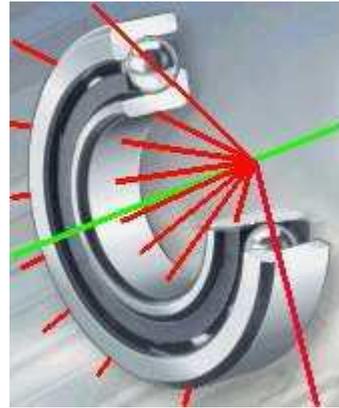


La direction des forces est donc oblique (angle  $\alpha$ )

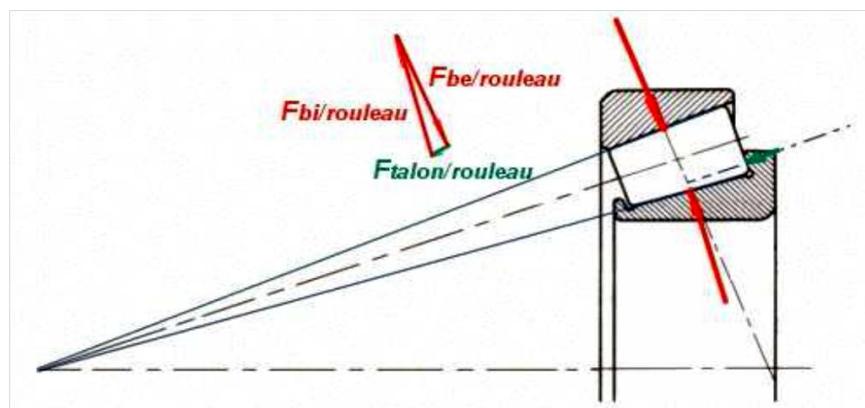
Avec  $n$  billes, voici le schéma :  
 Les efforts transmissibles sont coïncidants sur l'axe de rotation.

La géométrie privilégie les efforts axiaux dans un sens

**Donc roulement. à billes à contact oblique = liaison rotule unilatérale**



#### 4 – 3 Roulement à rouleaux coniques

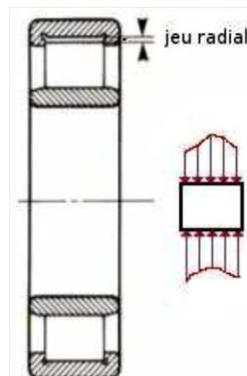


→ collet (i.e. butée) nécessaire

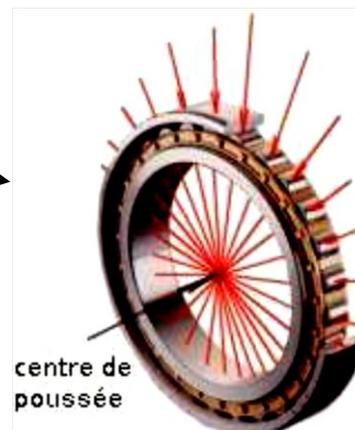
#### 4 – 4 Roulement à rouleaux cylindriques

- Isolons un élément roulant [ici un rouleau]
- il est soumis à 2 répartition linéiques d'efforts inconnues
- la direction des forces est donc radiale et il existe un couple transmissible

Avec  $n$  rouleaux donc roulement. à rouleaux cylindriques = **liaison pivot glissant**

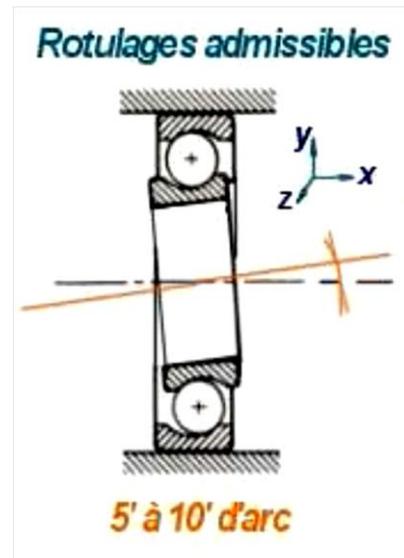
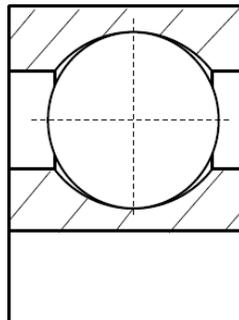


Avec  $n$  rouleaux et le jeu radial, voici le schéma  
 Les efforts transmissibles sont uniquement radiaux, donc roulement. à rouleaux cylindriques = **liaison linéaire annulaire**



**4 – 5 Roulement à billes à contact radial**

Le contact semble radial mais  $\approx 4\%$  d'écart entre les rayons de courbure  
 Les jeux/déformations internes décalent les points de contact.  
 Donc roulement. à 1 rangée de billes = **liaison rotule**

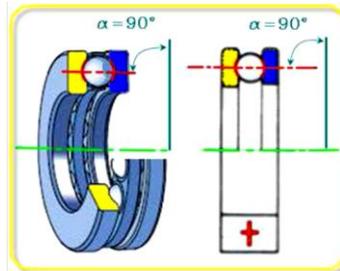


Pour un roulement à billes à contact radial :

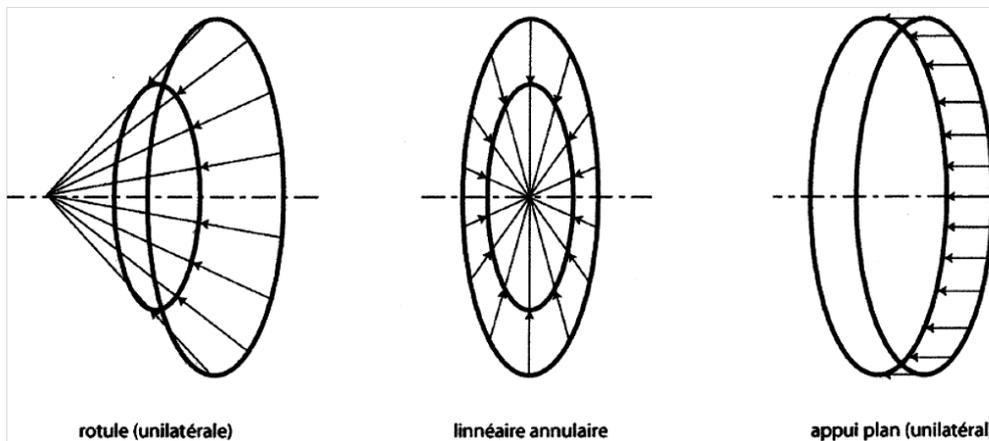
- il y a rotulage
- il existe un jeu radial (maîtrisé)
- des efforts radiaux et axiaux transmissibles

**4 – 6 Butée à billes**

Butée à 1 rangée de billes = **liaison appui plan unilatérale**



**4 – 7 Liaisons équivalentes pour différents types de contact**

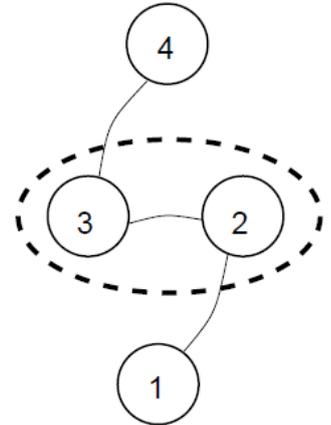
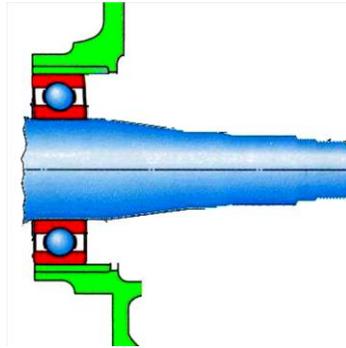


## 5 - Architecture d'une liaison pivot par roulements

### 5 – 1 Nécessité des arrêts axiaux sur les roulements

But de l'étude :

- Modèle d'un roulement
- liaison bague int/arbre
- liaison bague ext/alésage
- association de 2 ou plusieurs rlt
- = liaison pivot axe/alésage
- calcul de liaison équivalente



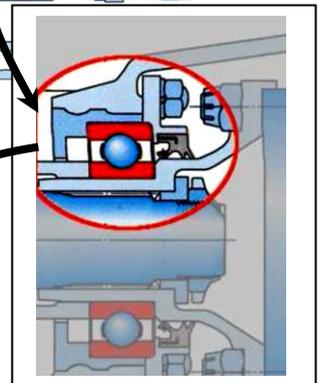
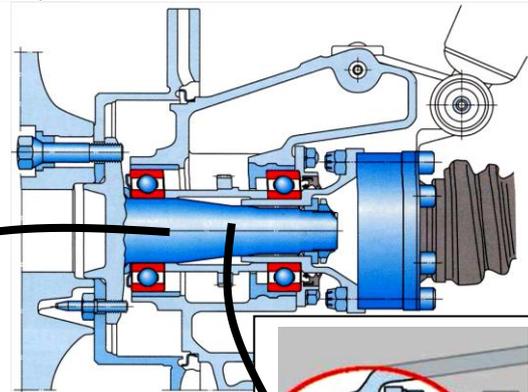
Quelle liaison équivalente ya-t-il entre **arbre et alésage** ?

- 1 arbre
- 2 bague intérieure du roulement
- 3 bague extérieure
- 4 alésage

Deux méthodes :

- en série : somme de torseurs statiques
- en parallèle : somme de torseurs cinématiques donc si aucun arrêt axial : **un roulement = liaison linéaire annulaire**

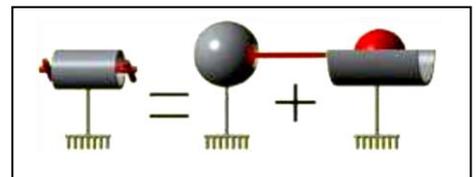
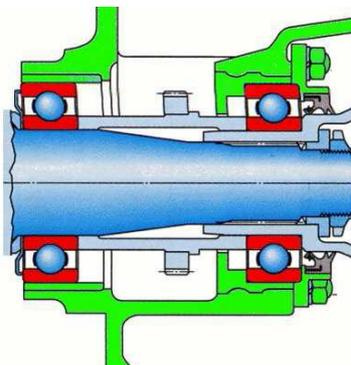
Exemple : axe de roue arrière d'une Ferrari 348



Liaison équiv. **arbre/alésage** ?  
 les appuis latéraux sont fixes ou rapportés  
 Ils sont réalisés grâce à épaulements  
 anneaux élastiques, entretoises,  
 écrous freinés ; couvercles. . .

Avec ces 4 arrêts axiaux → **liaison rotule**

- Modèle d'un roulement
- + liaison bague int/arbre
- + liaison bague ext/alésage
- + association de 2 ou plusieurs roulements
- calcul de liaison équivalente



**5 – 2 Nécessité d’associer plusieurs roulements**

Un roulement :

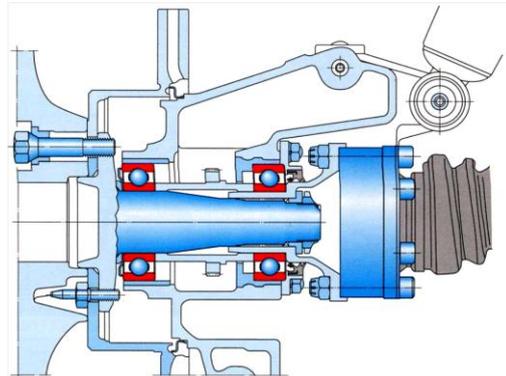
liaison arbre/alésage = linéaire annulaire

+ arrêts axiaux : le rotulage persiste

Pour réaliser une liaison pivot arbre/alésage,

**il faut associer au minimum deux roulements**

cf. liaison par coussinets : il y a une longueur de liaison minimale dépendante du jeu radial dans chaque roulement



Liaison équiv. **arbre/alésage** ?

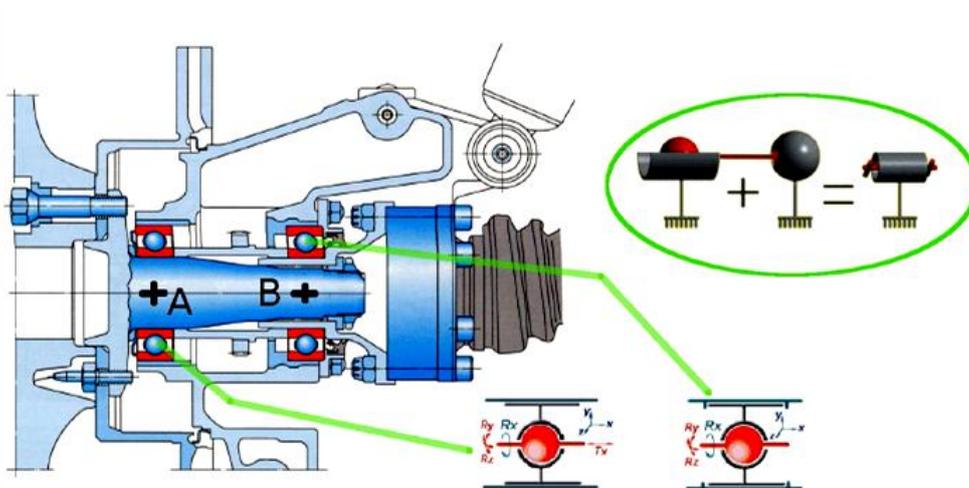
roulement. 1 au point A,  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_a$

roulement. 2 au point B,  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_b$

Liaisons en parallèle (0 → 1) d’où ici **méthode statique**

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_{eq.} = \{T_{0 \rightarrow 1}\}_a + \{T_{0 \rightarrow 1}\}_b = \left\{ ? \right\}$$

**Exemple : Ferrari 348**



Liaisons en parallèle (0 → 1) donc

Liaison équiv. **arbre/alésage** ?

rlt. 1  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_a$

rlt. 2  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}_b$

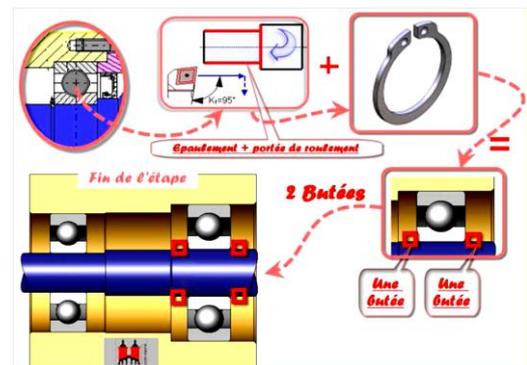
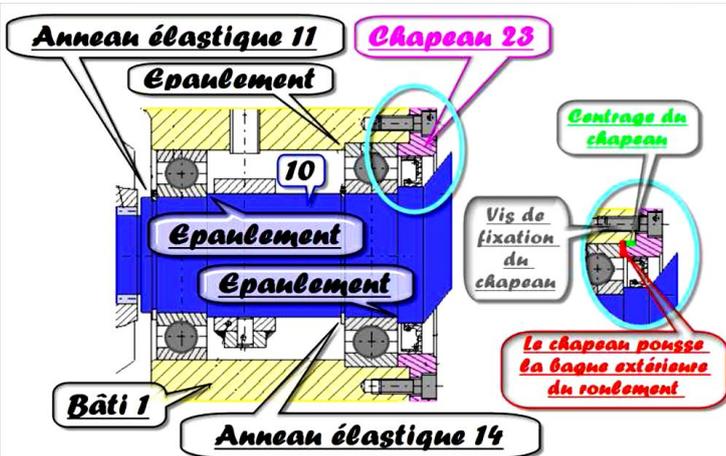
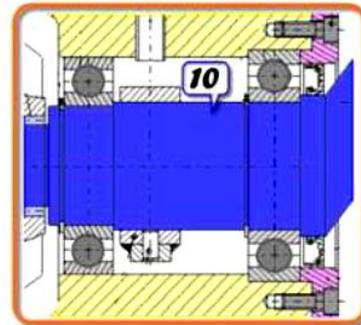
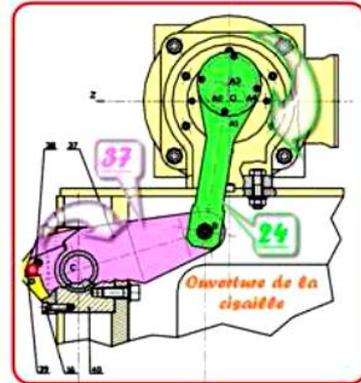
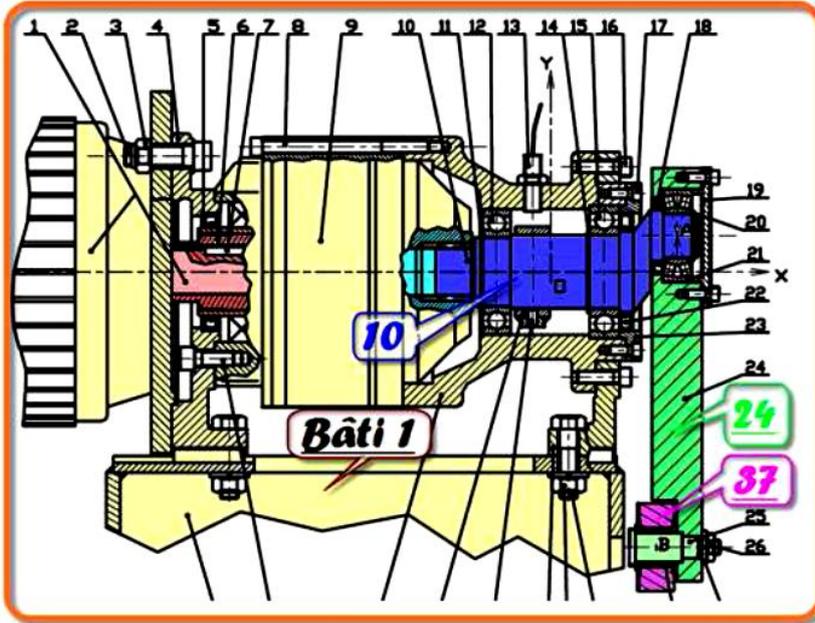
$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_{eq.} = \{T_{0 \rightarrow 1}\}_a + \{T_{0 \rightarrow 1}\}_b = \left\{ \begin{array}{cc} X_B & 0 \\ Y_B + Y_A & +L \cdot Z_A \\ Z_B + Z_A & -L \cdot Y_A \end{array} \right\}_B$$

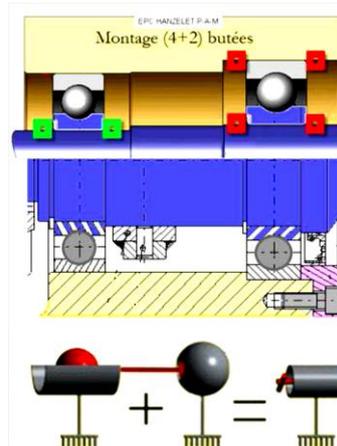
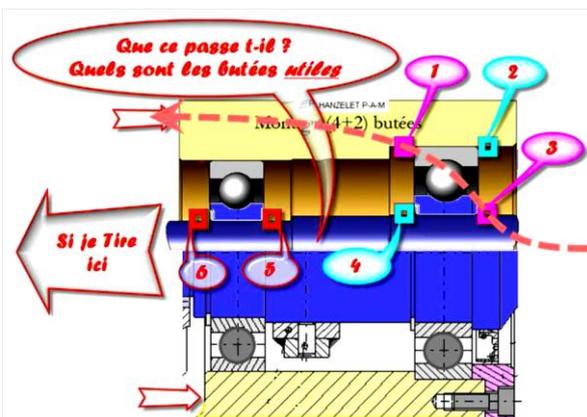
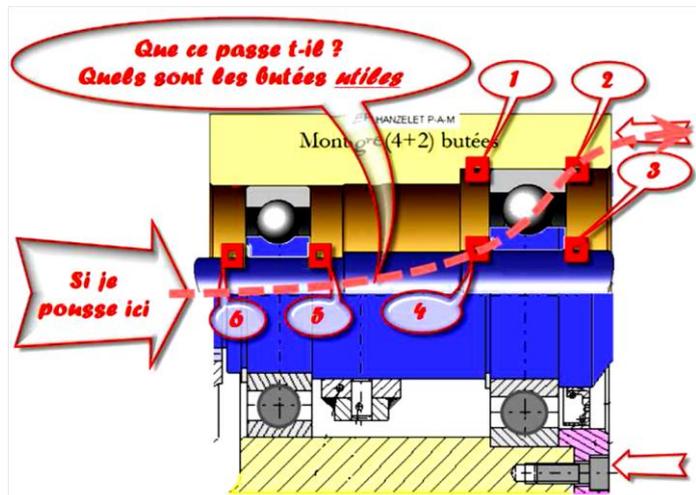
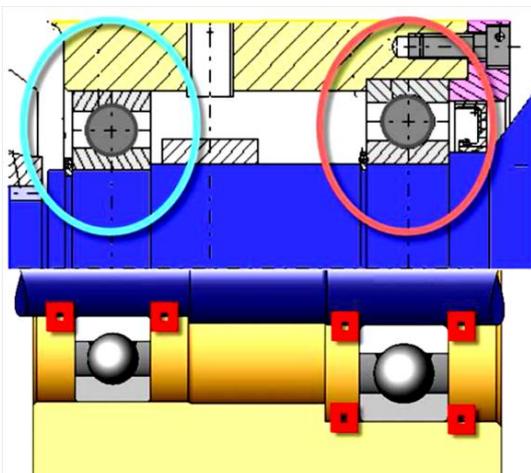
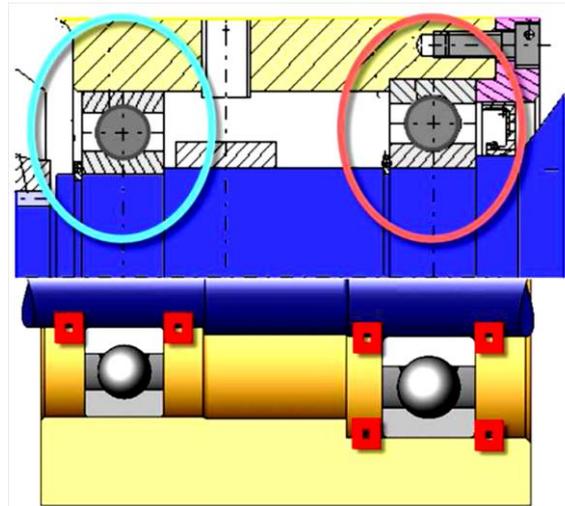
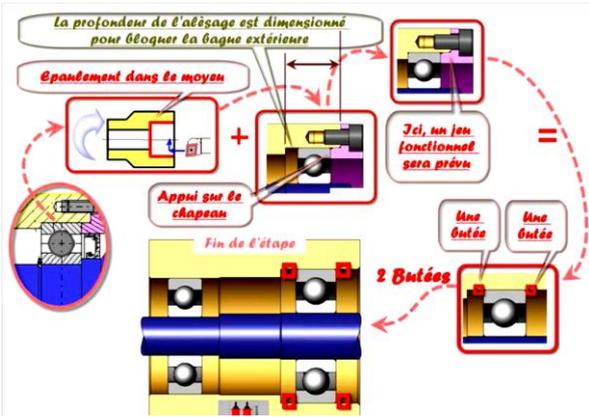
**Donc avec ces 2 roulements : liaison pivot**

Autre exemple : cisaille

Mise en situation

Un moteur électrique entraîne une cisaille (rose), par un système bielle - manivelle. Nous allons analyser le guidage en rotation de cette manivelle (bleu).





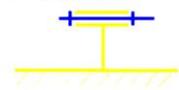
### Schématisation

Le guidage de cette bielle avec ces deux roulements à billes réalise bien une liaison pivot, car la translation est impossible grâce aux butées..

L'effort axial est encaissé par un anneau élastique, le gros roulement et le chapeau.

L'effort axial est encaissé par un épanchement, le gros roulement et un épanchement dans le moyeu.

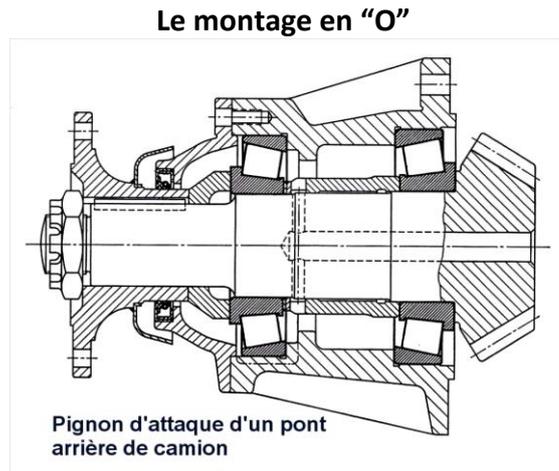
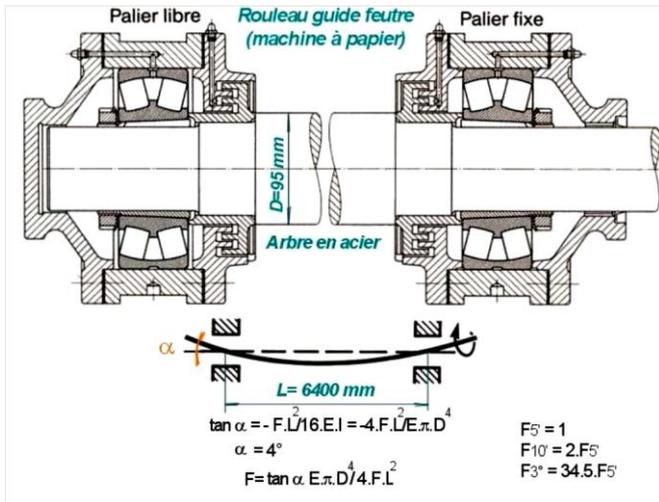
L'association en parallèle de ces deux roulements réalise un guidage isostatique.



### Ce qu'il faut retenir montage "4 x 2"

- montage simple et courant
- montage avec jeu radial
- dilatation thermique de l'arbre possible (bien adapté pour arbre long)
- 4 arrêts sur le rtl. le plus proche du point d'application des charges axiales donc moins de risque de flambage (si arbre très long)

Eviter le flambage (si arbre très long)



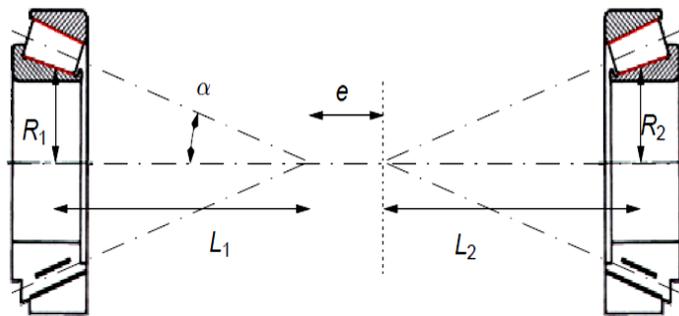
### Ce qu'il faut retenir

#### Montage en "O"

- montage sans jeu (donc réglage nécessaire)
- la longueur de liaison est augmentée (meilleure précision)
- déformation thermique : si T°C augmente, la liaison prend du jeu axial, mais le jeu radial diminue (donc l'axial aussi) ; compensation ; compensation exacte si les cônes cinématiques sont coïncidents
- préférer le réglage du jeu sur les bagues int. (donc montage adapté pour les bagues ext. montées serrées)

#### Compensation des dilatations thermiques

L'arbre chauffe, donc se dilate



On pose  $L_{total0} = L_{10} + e_0 + L_{20}$  et on

$$a \tan(\alpha) = \frac{R_{10}}{L_{10}}$$

si T° augmente de  $\Delta T$  alors

$$R_{10} \rightarrow R_1 = R_{10}(1 + k\Delta T)$$

$$R_{20} \rightarrow R_2 = R_{20}(1 + k\Delta T)$$

$$L_{total0} \rightarrow L_{total} = L_{total0}(1 + k\Delta T)$$

et il y a un  $\Delta L$  induit par les deux  $\Delta R$  :

$$\Delta L_{induit} = \frac{\Delta R_1}{\tan(\alpha)} = \frac{\Delta R_2}{\tan(\alpha)}$$

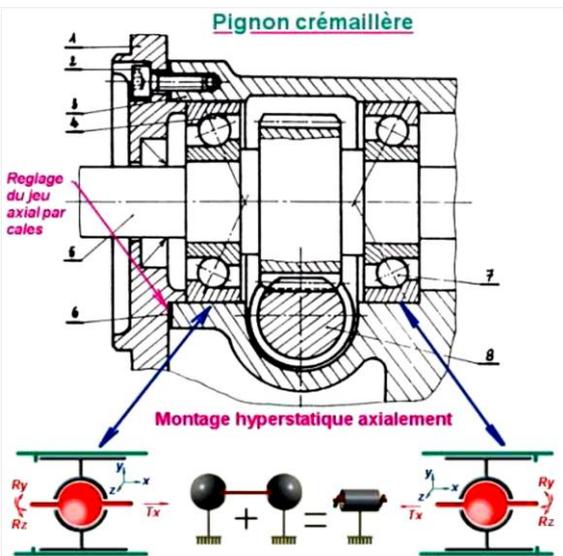
On veut donc calculer \_

$$L_{thermique} = \Delta L + \Delta L_{induit}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta L_{therm.} &= \Delta L + \Delta L_{induit} \\
 &= \Delta L - \frac{\Delta R_1}{\tan(\alpha)} - \frac{\Delta R_2}{\tan(\alpha)} \\
 &= L_{total0} \cdot k\Delta T - R_{10} \frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} - R_{20} \frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\
 &= (L_{10} + e_0 + L_{20}) \cdot k\Delta T - L_{10} \tan(\alpha) \frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\
 &\quad - L_{20} \tan(\alpha) \frac{k\Delta T}{\tan(\alpha)} \\
 &= e_0 \cdot k\Delta T
 \end{aligned}$$

$e > 0$		$\Delta L_{therm} > 0$
$e = 0$		$\Delta L_{therm} \approx 0$
$e < 0$		$\Delta L_{therm} < 0$

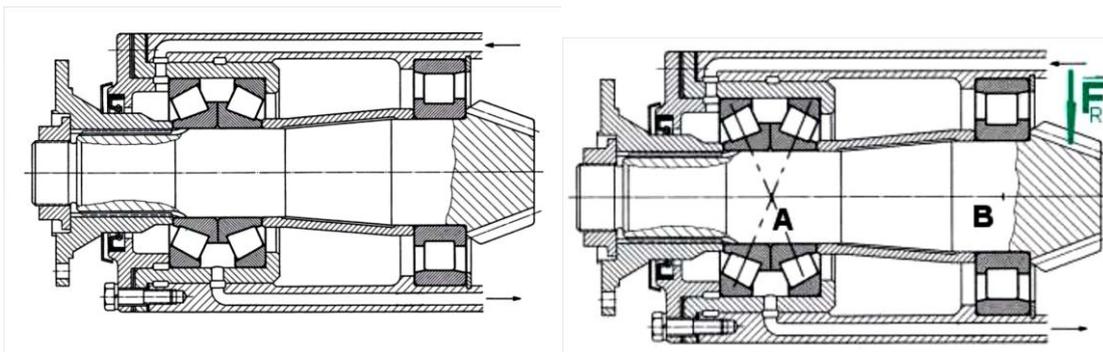
## Le montage en "X"



### Ce qu'il faut retenir Montage en "X"

- Montage sans jeu (donc réglage nécessaire)
- La longueur de liaison est diminuée (il faut donc écarter les roulements)
- Deformations thermiques : si T°C augmente, le jeu axial est réduit, et le jeu radial augmente (donc l'axial augmente) ; il y a donc risque de surcharge des roulements
- Préférer le réglage du jeu sur les bagues ext. (donc montage adapté pour les bagues intérieures montées serrées)

## Testez vous !



## 5 – 3 Nécessité des arrêts radiaux sur les roulements

Outre les jeux/déplacements axiaux, il y a aussi du **jeu radial entre les bagues et le roulement.**

Règle de montage

**La bague qui tourne par rapport à la charge doit être montée serrée.**

Risque de corrosion sous contrainte :

- micro-glissements bague/logement
- détérioration du contact

Ici l'arbre et la charge tournent :

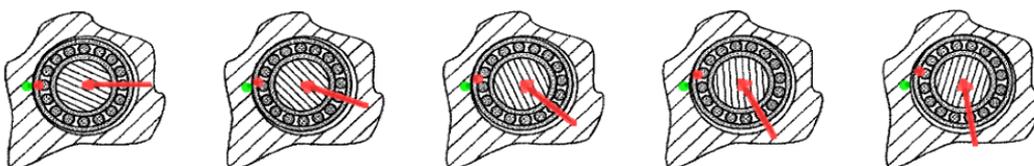


Figure 34 : Mauvais serrage : bague intérieure serrée

Ici l'arbre et la charge tournent :



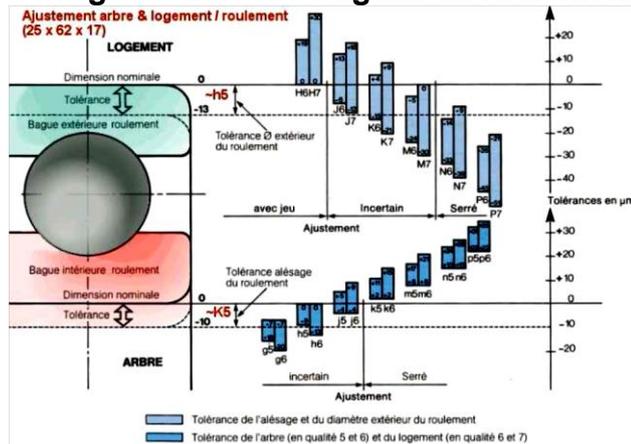
Figure 35 : Bon serrage : bague extérieure serrée

### Corrosion sous charge :

Quand un roulement est mis en charge, les forces résistantes des billes ont tendance à freiner la bague qui tourne par rapport à la direction de la charge. Si il existe un jeu entre cette bague et l'arbre ou le logement correspondant et qu'un mouvement relatif apparaît, il y a décollement de la couche d'oxydation. Les particules d'oxydes de fer (ou d'aluminium dans le cas de carter en alu) très abrasives viennent user l'arbre d'où destruction rapide par prise de jeu.



### Serrage ou non des bagues de roulement



## 6 - Choix d'un montage

### Montabilité - Solutions techniques

Le concepteur doit choisir le type de montage **et** les solutions pour réaliser les arrêts axiaux.  
**! attention à la montabilité !**

### 6 – 1 Règles générales - Type de roulement

Critère de coût :

Chercher d'abord (à dimensions égales) une solution à base de roulements rigides à billes

#### Roulements à billes :

très bien pour petits montages et/ou vitesse élevée utilisables même pour de bonnes charges axiales

#### Autres remarques :

Roulements à rouleaux pour montages très chargés radialement à vitesse modérée

Si défaut d'alignement, roulement à rotule

Si déplacement axial, roulement "ouvert"

Intensité et direction de la charge

si charges moyennes, roulements à billes on utilise rarement des roulements à billes de diamètre supérieur à 150mm.

si charges élevées, roulement à rouleaux

si charges combinées, roulement à rouleaux coniques

si charges radiale pure, roulements à rouleaux cylindriques, roulements à aiguilles si chocs (rapport CO/C plus élevé) grandes vitesses sous charges élevées (masse plus faible)

Protection du montage

La principale cause de destruction des roulements n'est pas l'usure normale !

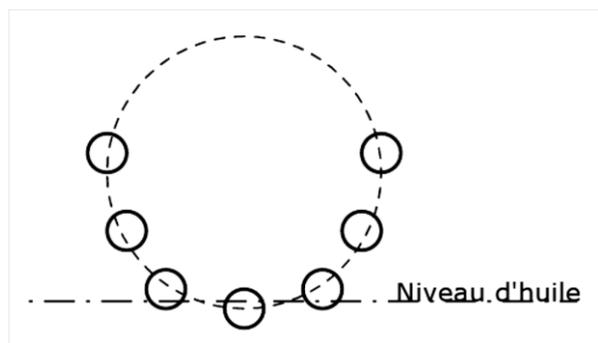
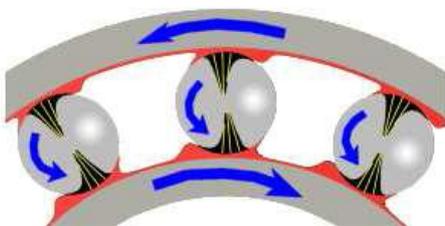
- il faut que le montage soit lubrifié et éviter que le lubrifiant s'échappe
- il faut éviter l'intrusion de corps étrangers

Utilisation de joints d'étanchéité

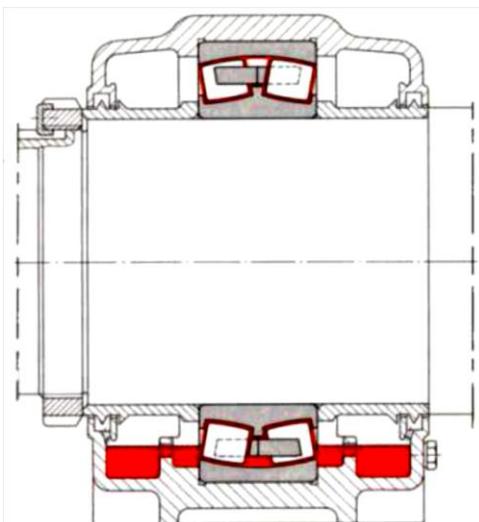
Lubrification

La lubrification augmente la durée de vie et le rendement.

La vitesse de rotation admissible augmente aussi, et évolue en fonction du type de lubrification.



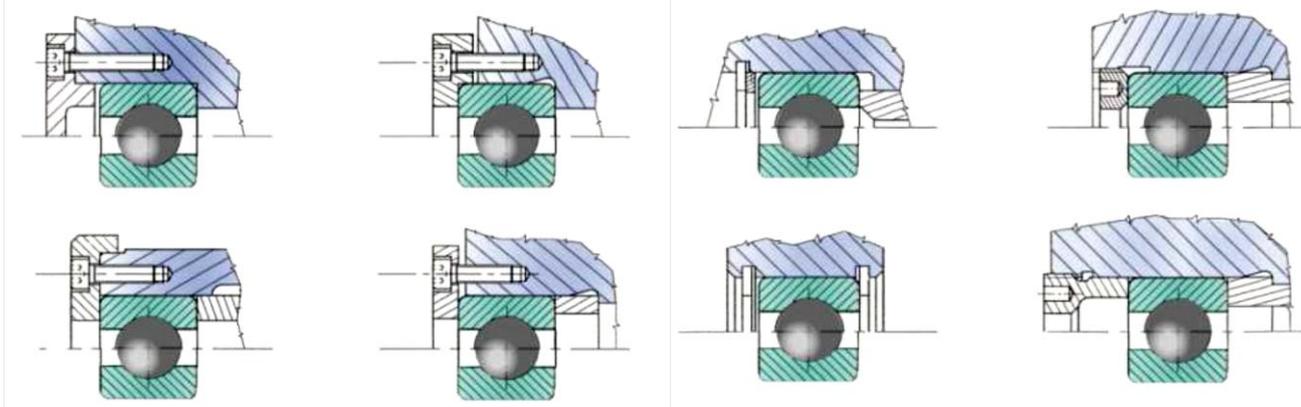
Exemple :



ANNEXES

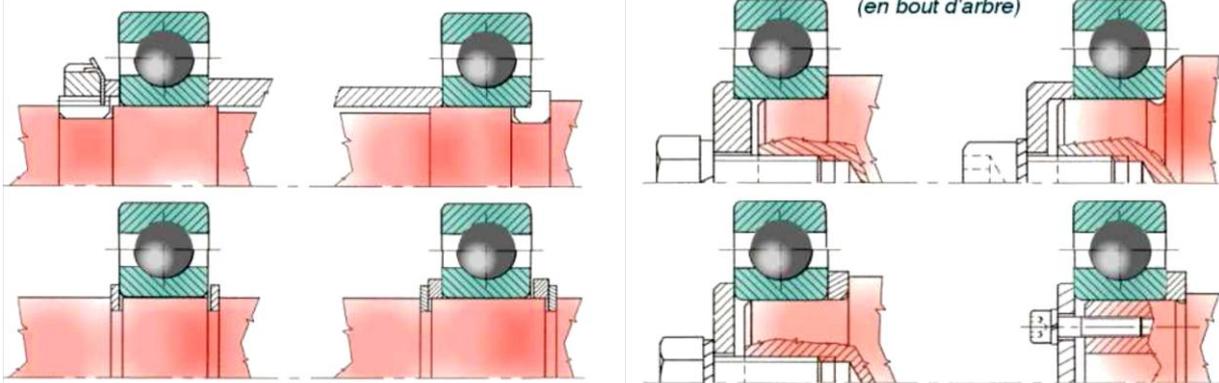
BLOCAGE AXIAL DES BAGUES EXTERIEURES

BLOCAGE AXIAL DES BAGUES EXTERIEURES

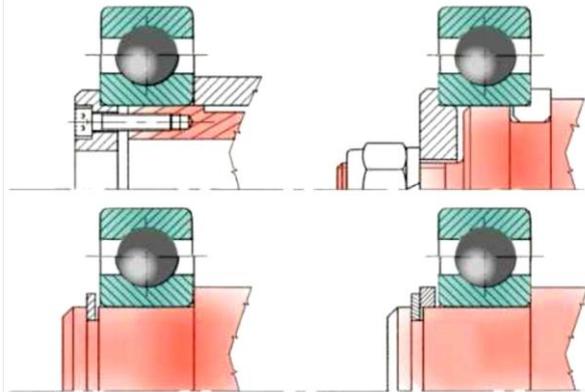


BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES

BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES  
(en bout d'arbre)



BLOCAGE AXIAL DES BAGUES INTERIEURES



## 7 – Dimensionnement d'un roulement en statique

Nous avons vu que les roulements sont constitués d'éléments déformables. Sous charge, ils peuvent se déformer de manière irréversible.

### **Charge statique admissible : $C_0$**

On note  $C_0$ , la charge qui, appliquée sur un roulement, provoque aux points de contacts de l'élément roulant le plus chargé, une déformation permanente dont la dimension est égale à  $1/10000$  du diamètre de l'élément roulant.

Il faut contrôler que la charge équivalente est plus faible que la charge statique admissible.

Il faut  $P \leq C_0$

On peut moduler cette relation en fonction d'un paramètre  $F_s$

$F_s \approx 1$  pour une exigence de précision normale

$F_s \approx 0.4$  à  $0.8$  pour une précision élevée

$F_s \approx 1.2$  à  $2$  pour une exigence de précision faible dans ce cas  $P \leq F_s.C_0$

## 8 – Fatigue et mécanisme de détérioration d'un roulement

Dans des conditions normales :

- bagues serrées
- dans les limites du rotulage
- efforts et vitesses acceptables
- lubrification correcte
- température correcte

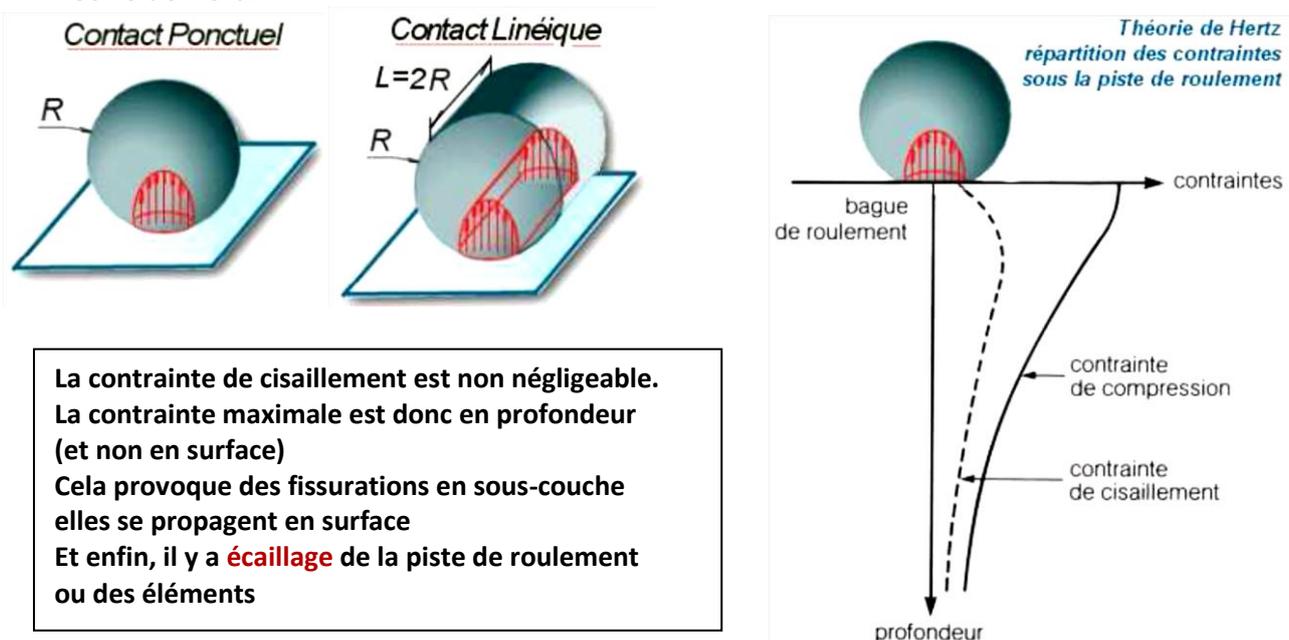
Le roulement a une durée de vie finie . Sa mort est inéluctable. . .

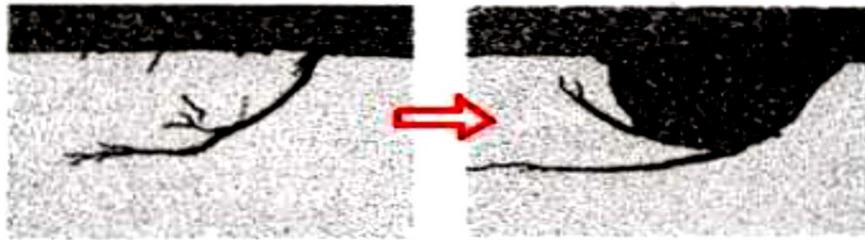
Comment la prédire ?

Que se passe-t-il aux contacts ?

Les éléments roulants sont en contact avec les bagues intérieures et extérieures

→ Théorie de Hertz





Coupe micrographique: évolution de l'écaillage

Imperfections de la structure de l'acier  $\approx$  amorces de fissure

### Exemples d'écaillage



La rupture est dûe :

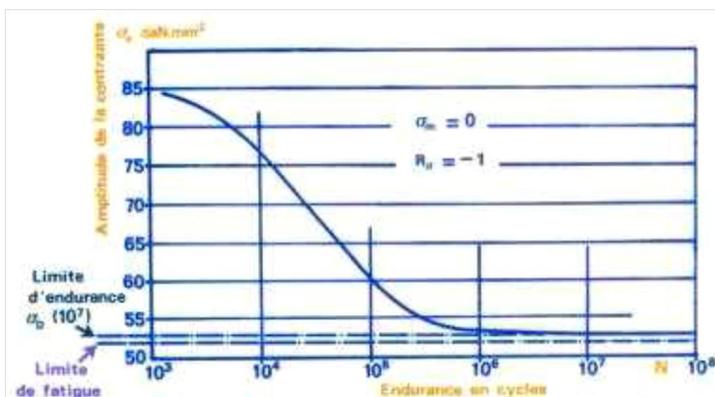
- aux contraintes élevées
- aux contraintes **alternées**



**Fatigue = phénomène probabiliste**

**Rupture sous le seuil de contrainte admissible pour N cycles**

### La fatigue - Courbes de Wöhler



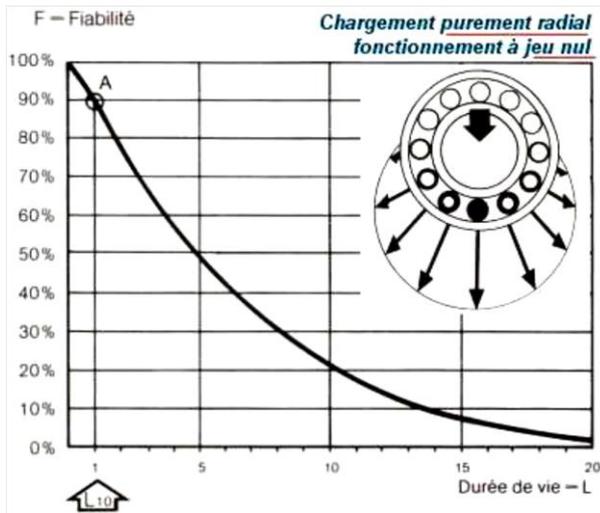
On voit que  $\sigma_{adm}$  diminue jusqu'à un seuil (limite d'endurance)

**La fatigue des roulements**

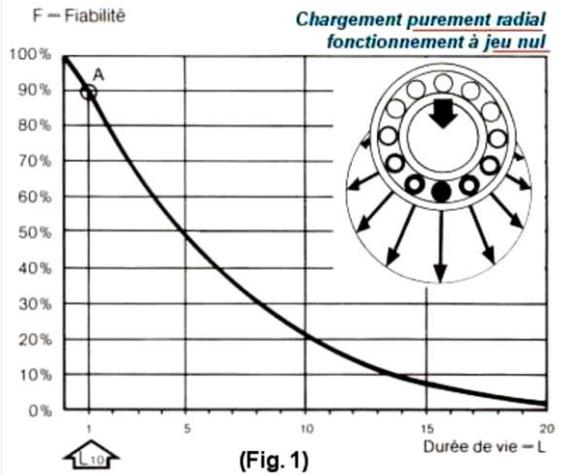
Essai de référence sur lot :

- charge **radiale**  $P$  constante
- lot de roulements identiques
- rotation jusqu'à destruction

On note le pourcentage de mort en fonction de la durée de vie.



**Courbe de fiabilité (pourcentage des roulements d'une même lot ayant atteint une durée de vie donnée L)**



On note :  $L_{10}$  la durée de vie en millions de tours pour 90% de chances de survie  
L'allure de la courbe (tend vers une asymptote) on obtient 1 point ( $P, L_{10}$ )

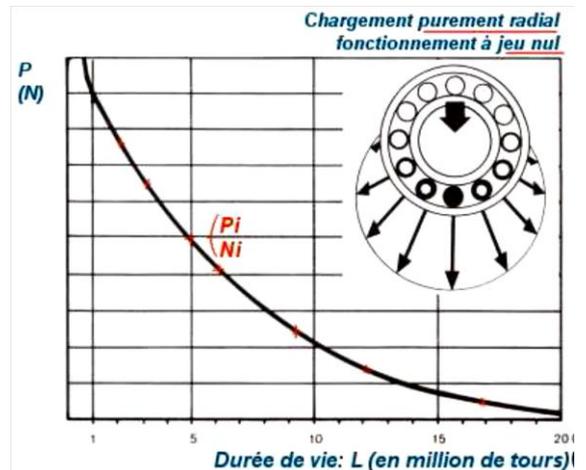
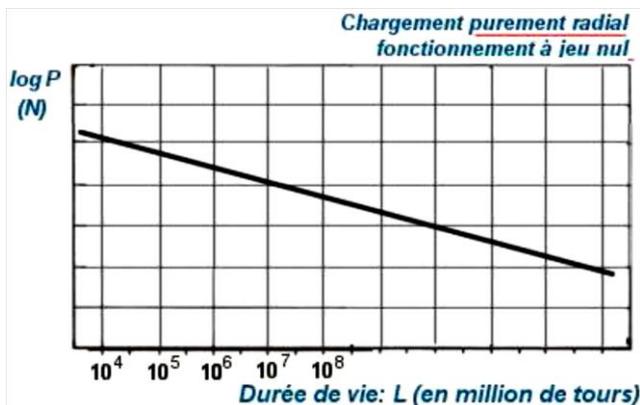
Fatigue = phénomène probabiliste

**Influence de la charge  $P$**

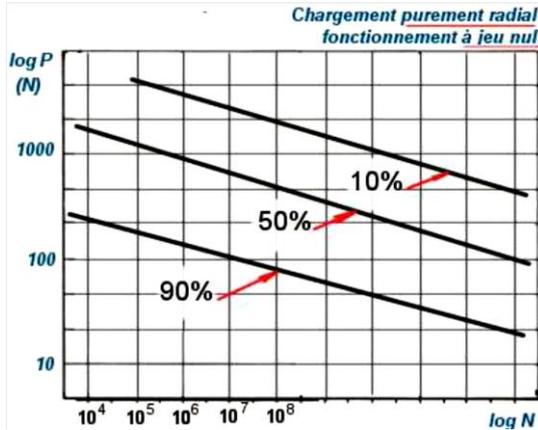
Après beaucoup d'essais, on a des couples ( $P_i, L_{xx,i}$ )

Ici on trace  $P$  fonction de  $L_{50}$  (durée de vie moyenne)

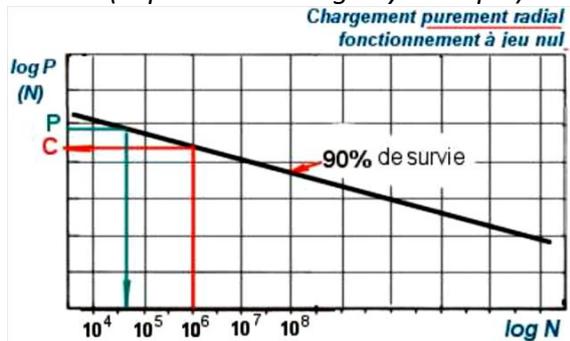
En traçant cette même courbe en échelle logarithmique,



Influence de la fiabilité voulue :



La fiabilité retenue par l'ISO est L10  
 L10 durée de vie à 90% de fiabilité pour  $10^6$  tours sous une charge de référence P, notée C (capacité de charge dynamique)



**Roulements rigides à billes, à une rangée, non étanches**

Distances, voir aussi le texte  
 Jeu interne radial, voir aussi le texte  
 Ajustements recommandés  
 Tolérances d'arbre et de logement

Dimensions d'encombrement			Charges de base dynamique statique		Limite de fatigue	Vitesses de base		Masse	Désignation
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Vitesse de référence	Vitesse limite	kg	
mm			kN		kN	tr/min			* - Roulement SKF
17	47	14	14,3	6,55	0,275	34000	22000	0,12	6303 *
17	62	17	22,9	10,8	0,455	28000	18000	0,27	6403
20	32	7	4,03	2,32	0,104	45000	28000	0,018	61804
20	37	9	6,37	3,65	0,156	43000	26000	0,038	61904
20	42	8	7,28	4,05	0,173	38000	24000	0,05	16004 *
20	42	9	7,93	4,5	0,19	38000	24000	0,051	98204 Y
20	42	12	9,95	5	0,212	38000	24000	0,069	6004 *
20	47	14	13,5	6,55	0,28	32000	20000	0,11	6204 *
20	47	14	15,6	7,65	0,325	32000	20000	0,096	6204 ETN9
20	52	15	16,8	7,8	0,335	30000	19000	0,14	6304 *
20	52	15	18,2	9	0,38	30000	19000	0,14	6304 ETN9
20	72	19	30,7	15	0,64	24000	15000	0,40	6404
22	50	14	14	7,65	0,325	30000	19000	0,12	62/22
22	56	16	18,6	9,3	0,39	28000	18000	0,18	63/22
25	37	7	4,36	2,6	0,125	38000	24000	0,022	61805
25	42	9	7,02	4,3	0,193	36000	22000	0,045	61905
25	47	8	8,06	4,75	0,212	32000	20000	0,06	16005 *
25	47	12	11,9	6,55	0,275	32000	20000	0,080	6005 *
25	52	9	10,6	6,55	0,28	28000	18000	0,078	98205
25	52	15	14,8	7,8	0,335	28000	18000	0,13	6205 *
25	52	15	17,8	9,8	0,4	28000	18000	0,12	6205 ETN9
25	62	17	23,4	11,6	0,49	24000	16000	0,23	6305 *
25	62	17	26	13,4	0,57	24000	16000	0,21	6305 ETN9
25	80	21	35,8	19,3	0,815	20000	13000	0,53	6405

**9 - Durée de vie d'un roulement**

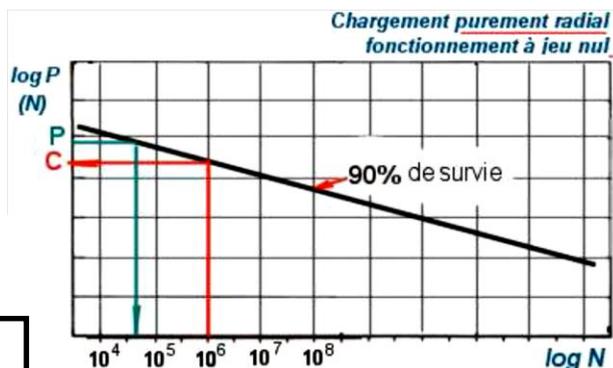
**9 – 1 Cas des charges radiales**

**Calcul de la durée de vie d'un roulement**

Il est clair sur cette courbe que  $\log(N)$  est linéaire par rapport à  $\log(P)$

Par régression linéaire, on trouve que  $\log(P) - \log(C) = -n(\log(N) - \log(10^6))$  d'où

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n \text{ avec } \begin{cases} n = 3 & \text{(billes)} \\ n = 10/3 & \text{(rouleaux)} \end{cases}$$



Durée de vie en millions de tours	Durée de vie en heures	Choix de roulement : C mini pour obtenir un $L_{10}$ souhaité
$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n$	$L_{10h} = \frac{10^6}{60.N} \left(\frac{C}{P}\right)^n$	$C \geq P.L^{1/n}$
avec $\begin{cases} n = 3 & \text{(billes)} \\ n = 10/3 & \text{(rouleaux)} \end{cases}$		

Exemples de durée de vie

Véhicule sur route	Durée de vie standard
Automobile	3000h
Camions, bus	6000h
Véhicules de chantiers	8000h
Véhicule sur rail	Durée de vie standard
Wagons de voyageurs	40000h
Ventilateurs, pompes (en fonction de la taille)	Durée de vie standard
Ventilateurs	12000 à 60000h
Pompes centrifuges	20000h
Moteurs électriques en fonction de la taille	Durée de vie standard
appareil ménager	2500h
moteurs de série	de 12000 à 30000h
Réducteurs	Durée de vie standard
petits	12000h
moyens ou gros	20000 à 30000h
très gros (navires)	60000h
Machines diverses	Durée de vie standard
imprimerie	40000h
textiles	35000h

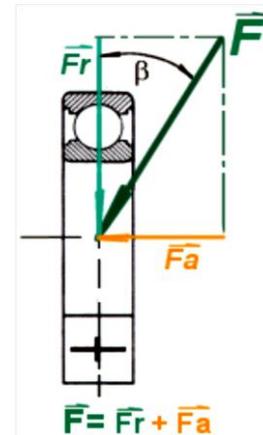
**9 – 2 Charges réelles - Efforts Radiaux - Efforts Axiaux**

Cas réel : charge combinée

- efforts radiaux
- efforts axiaux

On définit la **charge P** équivalente, purement radiale, qui aurait, relativement à la durée de vie  $L$  du roulement, le même effet que l'effort  $F$ .

**P est une norme de F au sens de la durée de vie**



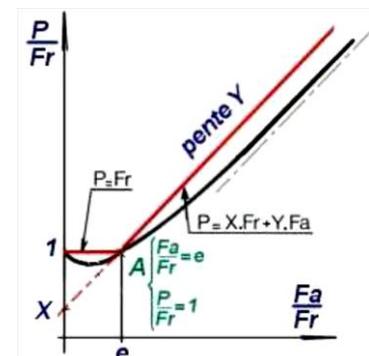
**Pour un roulement à une rangée de billes**

Charge équivalente P :

Pour  $F_a/F_r < e$  alors  $P = Fr$

Pour  $F_a/F_r > e$  alors  $P = X.F_r + Y.F_a$

On voit qu'un petit effort axial peut être bénéfique.



Courbe d'isodurée

Les coefficients  $e$ ,  $X$ ,  $Y$  et  $f_0$  sont fournis par le constructeur du roulement par l'étude de la courbe d'isodurée.

**Tableau 5 : Coefficients de calcul pour les roulements rigides à billes à une rangée pour roulements isolés ou montés par paire avec disposition en T**

$f_0 F_a / C_0$	Jeu normal			Jeu C3			Jeu C4		
	e	X	Y	e	X	Y	e	X	Y
<b>0,172</b>	0,19	0,56	2,30	0,29	0,46	1,88	0,38	0,44	1,47
<b>0,345</b>	0,22	0,56	1,99	0,32	0,46	1,71	0,40	0,44	1,40
<b>0,689</b>	0,26	0,56	1,71	0,36	0,46	1,52	0,43	0,44	1,30
<b>1,03</b>	0,28	0,56	1,55	0,38	0,46	1,41	0,46	0,44	1,23
<b>1,38</b>	0,30	0,56	1,45	0,40	0,46	1,34	0,47	0,44	1,19
<b>2,07</b>	0,34	0,56	1,31	0,44	0,46	1,23	0,50	0,44	1,12
<b>3,45</b>	0,38	0,56	1,15	0,49	0,46	1,10	0,55	0,44	1,02
<b>5,17</b>	0,42	0,56	1,04	0,54	0,46	1,01	0,56	0,44	1,00
<b>6,89</b>	0,44	0,56	1,00	0,54	0,46	1,00	0,56	0,44	1,00

Les valeurs intermédiaires sont obtenues par interpolation linéaire

### Retour à notre exemple

$$L_h = 3000h \text{ donc} \\ L = 238.7Mtr$$

sur l'essieu arrière :

$$F_r = \frac{0,6}{2} \cdot 8000 = 2400N \\ \text{et } F_a \approx 2000N$$

le PFS donne :

$$\vec{R}_A = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2000 \\ 4533 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et} \\ \vec{R}_B = \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2133 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc pour le roulement en

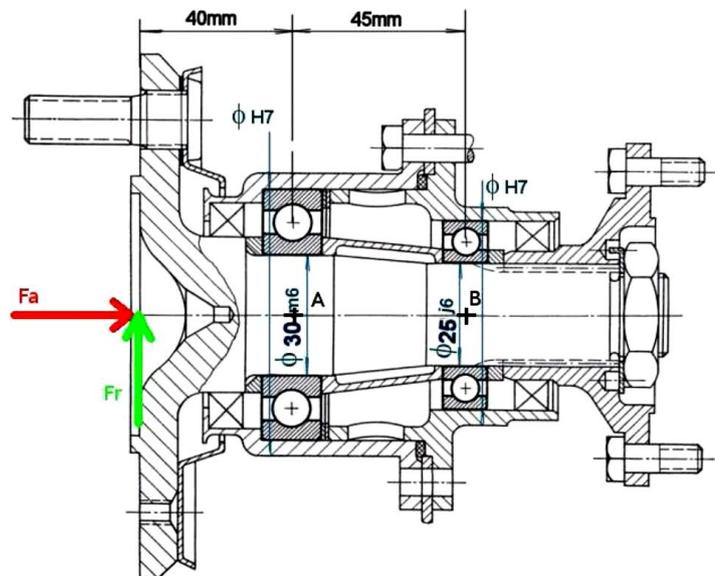
**B** :  $F_r = 2133N$  donc

$$C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 13231.5N$$

En B, on choisit le roulement 6204

$C = 14000N$  et  $C_0 = 7800N$ ,  
d'où  $L_h = 3554h$

Durée de vie: 3000 h  
Fréquence de rotation: 1326tr/min  
masse voiture: 800kgs (80% suressieu AR & 40% suressieu AV)



**Et pour le roulement en A :**

$$F_r = \sqrt{Y_A^2 + Z_A^2} = 4533N \text{ et } F_a = 2000N$$

On choisit arbitrairement le roulement 6306 ( $C = 29000N$  et  $C_0 = 16300N$ )

$$\frac{F_a}{C_0} = 0.122 \text{ d'où } e = 0.32, X = 0.55 \text{ et } Y = 1.4. \\ F_a / F_r = 0.44 > e \text{ donc } P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 5293N$$

On en déduit  $C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 32834N$   
donc **notre roulement ne convient pas...**

**Et pour le roulement en A :** Prenons le roulement 6406

( $C = 42500N$  et  $C_0 = 23200N$ )

$$\frac{F_a}{C_0} = 0.086 \text{ d'où } e = 0.29, X = 0.55 \text{ et } Y = 1.5. \\ F_a / F_r = 0.44 > e \text{ donc } P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 5493N$$

On en déduit  $C_{mini} = P \cdot L^{1/3} = 34075N$  donc notre roulement convient

On obtient  $L_h = 5821h$  (ok, mais un peu surdimensionné)

## Pour un roulement à une rangée de billes

Pour un roulement à contact oblique Il faut obligatoirement un effort axial

(le centre de poussée est décalé sur l'axe de rotation)

Il y a hyperstatisme axial  
Cet effort axial garantit un contact sur un nombre minimum d'éléments roulants (la moitié)

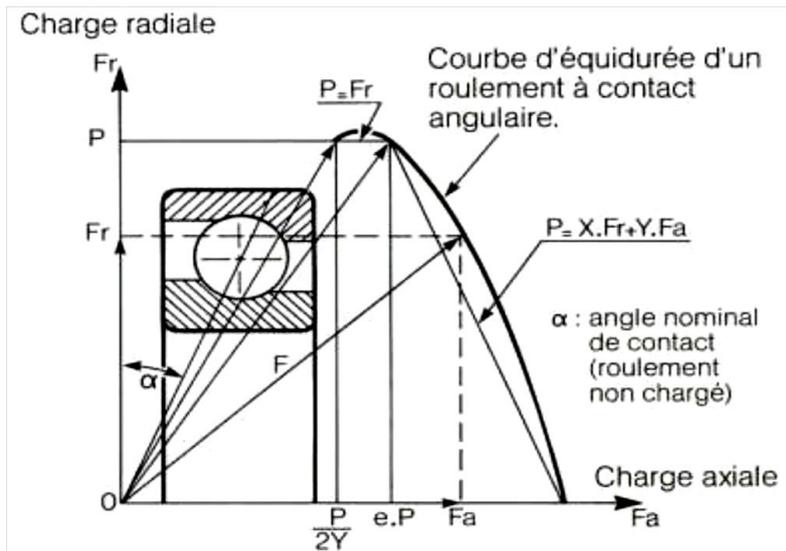
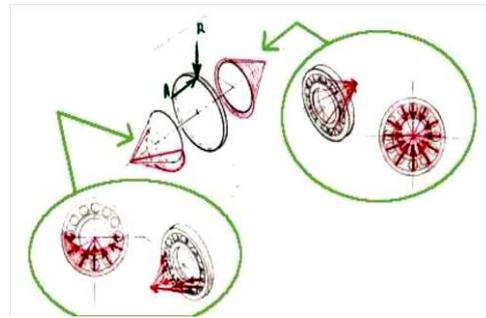
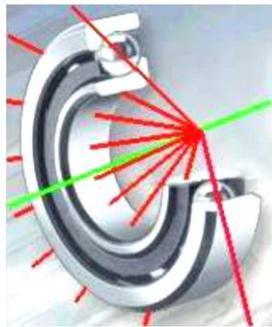
L'effort axial mini vaut

$$F_{a\text{mini}} = \frac{F_r}{2Y}$$

On a l'équation axiale

$$F_{aA} + F_{aB} + R_a = 0$$

donc l'un des roulements est à son chargement axial minimal, l'autre reprend l'effort axial extérieur, en fonction du sens du montage.



Roulement s'opposant à $\vec{S}$	Efforts axiaux supportés par les roulements		Efforts axiaux à introduire dans le calcul de P	
	$F_{aA}$	$F_{aB}$	$F_{aA}$	$F_{aB}$
Rlmt "A"	$F_a + \frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	$\frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	$F_a + \frac{F_{rB}}{2 Y_B}$	0
Rlmt "B"	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A}$	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A} - F_a$	0	$\frac{F_{rA}}{2 Y_A} - F_a$

## 10 - Conclusion

- La détérioration des roulements est due à la fatigue
- $L_{10}$  est la durée de vie de 90% d'un lot
- Il faut calculer la **charge équivalente P** et alors  $L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n$
- Pour un roulement à contact oblique, il faut un effort axial minimal
- Il faut aussi dimensionner le roulement pour des cas statiques

## TRANSMISSION DE PUISSANCE PAR ENGRENAGES

### Objectifs

- Classer les différents types d'engrenages
- Identifier les paramètres géométriques d'une roue
- Calculer la loi entrée-sortie
- Déterminer les efforts entre roues dentées
- Evaluer le rendement du système

### 1 – Présentation des engrenages

#### Qu'est-ce qu'un engrenage ?

Un engrenage est l'association de **deux roues dentées** complémentaires, chacune en liaison pivot par rapport à un support.

Dans ce système, il y a *transmission de puissance par obstacle*.

#### Fonctions techniques

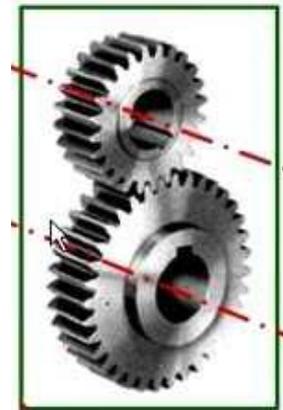
FP1 Transmettre une puissance entre 2 arbres en rotation

FP2 Modifier la vitesse de rotation

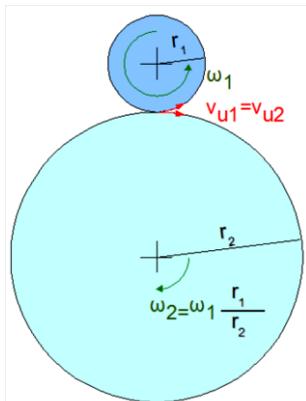
FC1 Limiter les pertes énergétiques par frottement

FC2 Garantir l'homocinétisme de l'arbre de sortie

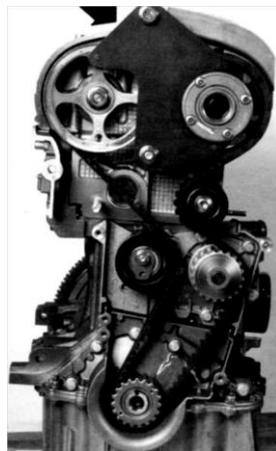
FC3 Garantir la constance des actions mécaniques en jeu



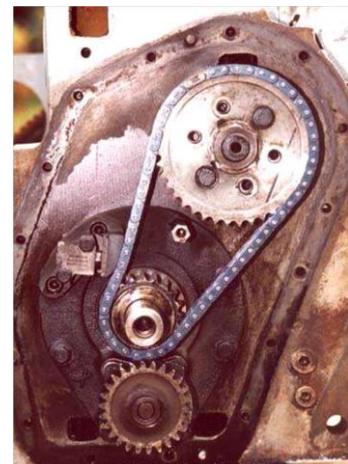
### Autres types de systèmes



Roues de friction



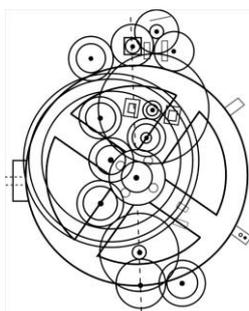
Poulie-courroie



Chaîne

### La machine d'Anticythère

La machine d'Anticythère est le plus vieux système à engrenage connu (87 av. JC)



**De nos jours**

Les engrenages sont très courants



*engrenages (différentiel) de Porsche Cayenne*



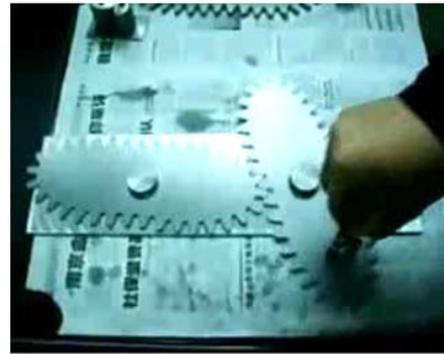
*mécanisme d'horlogerie*



*train épicycloïdal*



*engrenage paradoxal*



*engrenage non circulaire*

**Différents types d'engrenages**

Les engrenages se différencient par :

- la direction des 2 axes de rotation : axes parallèles ou axes concourants
- leur type de denture : denture droite ou denture hélicoïdale
- leur module (taille de denture)

**Différentes directions des axes**



*parallèles*

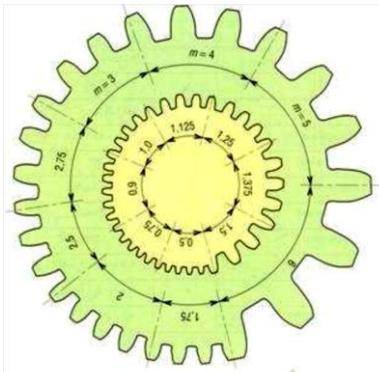


*concourants*



*quelconques*

**Différents modules**



Le module paramètre (presque) entièrement la dent.

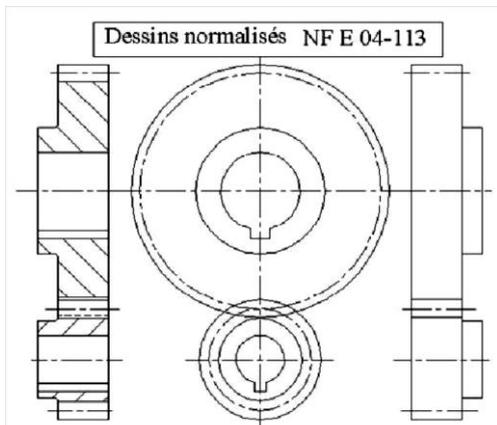
- le nombre de dents  $Z$  est entier, donc  $\pi d = pZ$  d'où les relations précédentes :  $p = \pi m$  et  $d = mZ$
- sur le diamètre primitif, l'intervalle  $e$  est égal à l'épaisseur  $s$
- la saillie  $ha$  vaut  $m$
- le creux  $hf$  vaut  $1.25m$
- donc la hauteur de dent vaut  $2.25m$
- **et la largeur de denture  $b$  ?** elle est notée  $b = k.m$ , déterminée par calcul de résistance

Le module est normalisé :

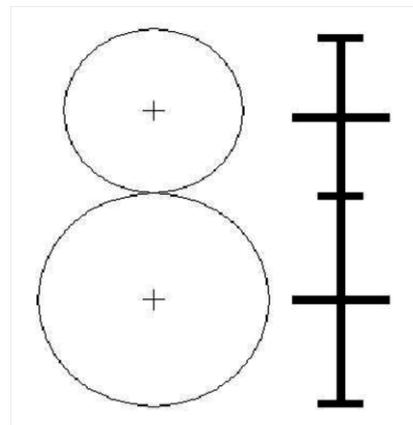
Série principale					Série secondaire		
0,5	1,25	3	8	20	0,55	1,375	3,5
0,6	1,5	4	10	25	0,7	1,75	4,5
0,8	2	5	12		0,9	2,25	5,5
1	2,5	6	16		1,125	2,75	7

## Représentation normalisée

### Engrenage extérieur

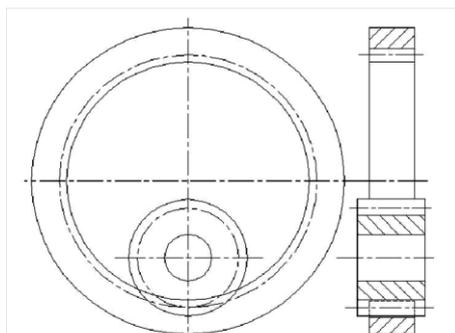


Dessin d'ensemble partiel

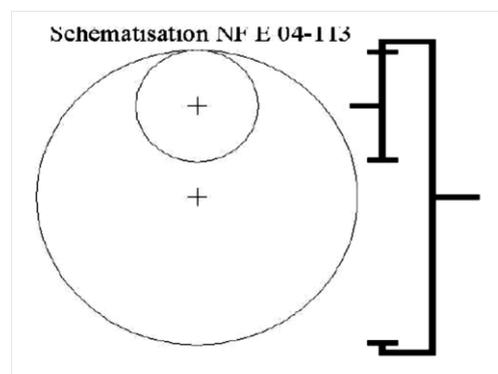


Schématisation

### Engrenage intérieur



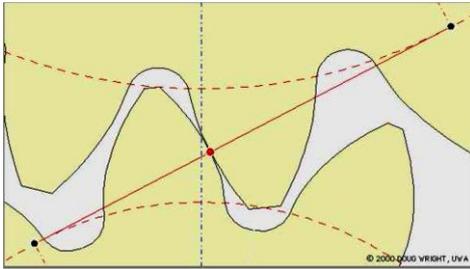
Dessin d'ensemble partiel



Schématisation

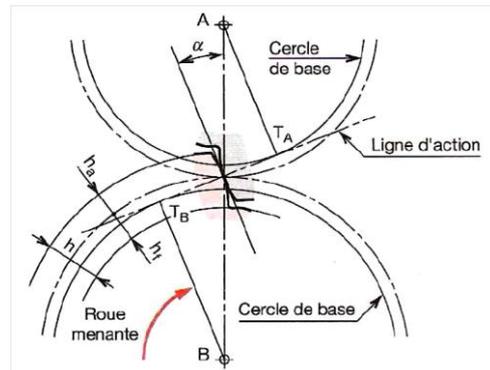
### 3 – 3 L'engrènement et les conditions d'engrènement

Lors de l'engrènement, deux roues dentées doivent entrer en contact.



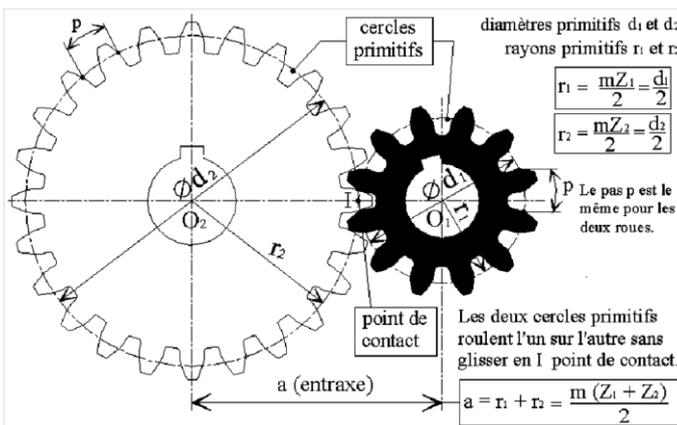
Pour la compatibilité des roues, les pas sont identiques donc :

**condition** : les modules des 2 roues doivent être égaux



En un point de l'engrènement, il y a contact des roues au niveau des cercles primitifs. Il faut donc que l'entraxe soit la somme des rayons :  $a = r_1 + r_2$

#### En résumé



	Engrenage extérieur	Engrenage intérieur
Module $m$	Donné par calcul de résistance des matériaux	
Nombre de dents $Z$	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$	
Pas au primitif $p$	$p = \pi \cdot m$	
Saillie $ha$	$ha = m$	
Creux $hf$	$hf = 1,25 \cdot m$	
Hauteur de la dent $h$	$h = ha + hf = 2,25 \cdot m$	
Diamètre primitif $d$	$d = m \cdot Z$	
Diamètre de tête $da$	$da = d + 2 \cdot m$	$da = d - 2 \cdot m$
Diamètre de pied $df$	$df = d - 2,5 \cdot m$	$df = d + 2,5 \cdot m$
Largeur de dent $b$	$b = k \cdot m$ ( $k$ : coefficient de largeur de denture $7 \leq k \leq 12$ )	
Entraxe $a$	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$

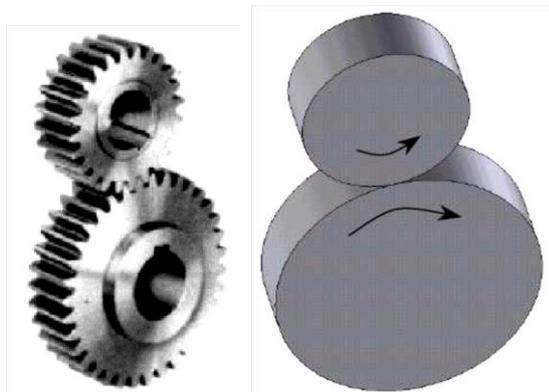
### 3 – 4 Cinématique d'un engrenage

D'un point de vue cinématique, on transmet une rotation en modifiant la vitesse.

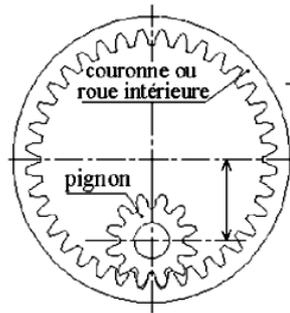
Grâce au roulement sans glissement, on obtient (pour un contact extérieur)

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{r_1}{r_2}$$

Pour un réducteur, il y a division de la vitesse



Pour un contact intérieur, avec le même raisonnement on obtient :



$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{r_1}{r_2}$$

### 3 – 5 Transmission de puissance

Les systèmes à engrenages sont généralement utilisés dans différents objectifs :

- **cinématique** adapter une vitesse
- efforts démultiplier un couple (statique)
- **dynamique** transmettre une puissance en adaptant la vitesse



### Détermination du rapport des couples

Par un raisonnement énergétique, on calcule le rapport des couples.

$P_{sortie} = \eta P_{entree}$  avec  $\eta$  le rendement global arbre/système en rotation donc  $P = C \cdot \omega$  d'où  $C_s \cdot \omega_s = \eta C_e \cdot \omega_e$  et finalement

$$\frac{C_s}{C_e} = -\eta \frac{r_s}{r_e} \quad (\text{contact extérieur})$$

Pour un réducteur, il y a multiplication du couple

### Rendement

On admet généralement qu'il y a environ 2% de perte par contact entre dentures.

Donc pour un engrenage, le rendement est  $\eta \approx 98\%$

Pour un train de  $n$  engrenages,  $\eta \approx (98\%)^n$

### 3 – 6 Relations générales

Relation générales pour un train simple

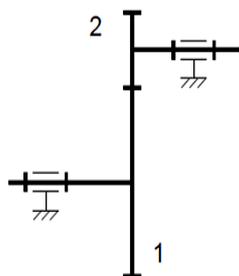
Même module

$$d_i = 2r_i = m \cdot Z_i$$

Entraxe :  $a = r_1 + r_2$

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{C_s}{C_e} = -\eta \frac{r_s}{r_e}$$



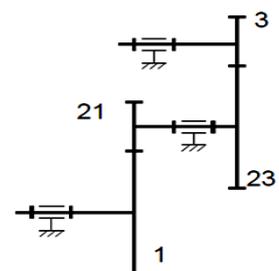
Relation générales pour un train double avec 2 contacts extérieurs

même module sur un train

modules différents entre les trains

$$\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \left(-\frac{r_1}{r_{21}}\right) \left(-\frac{r_{23}}{r_3}\right)$$

$$\frac{C_{30}}{C_{10}} = (-1)^2 (\eta)^2 \frac{r_{21}}{r_1} \cdot \frac{r_3}{r_{23}}$$



Relation générales pour un train à n engrenages

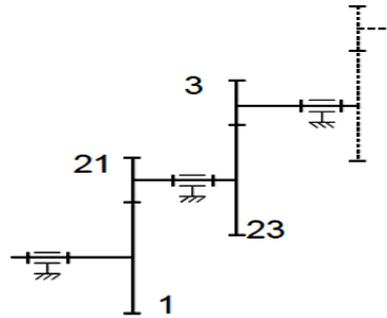
même module sur un train  
modules différents entre les trains

$$\frac{\omega_{n0}}{\omega_{10}} = (-1)^c \prod_{k=1}^n \left( \frac{r_{1k}}{r_{2k}} \right)$$

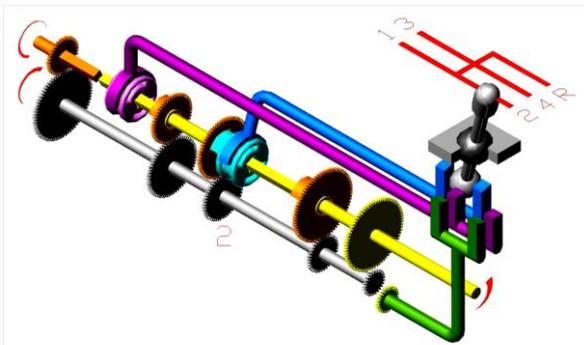
$$\frac{\omega_{n0}}{\omega_{10}} = (-1)^c \prod_{k=1}^n \left( \frac{r_{menantes}}{r_{menees}} \right)$$

$$\frac{C_{n0}}{C_{10}} = (-\eta)^c \prod_{k=1}^n \frac{r_{2k}}{r_{1k}}$$

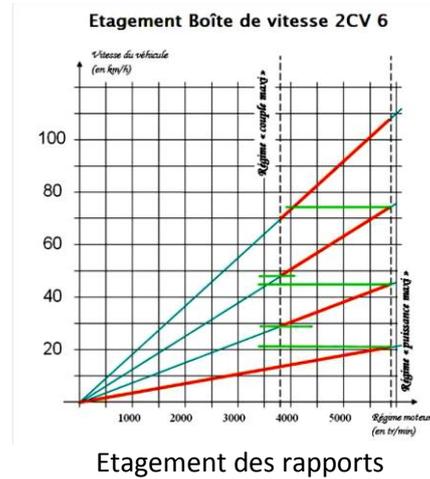
où c est le nombre de contacts extérieurs



Exemple : boîte de vitesse

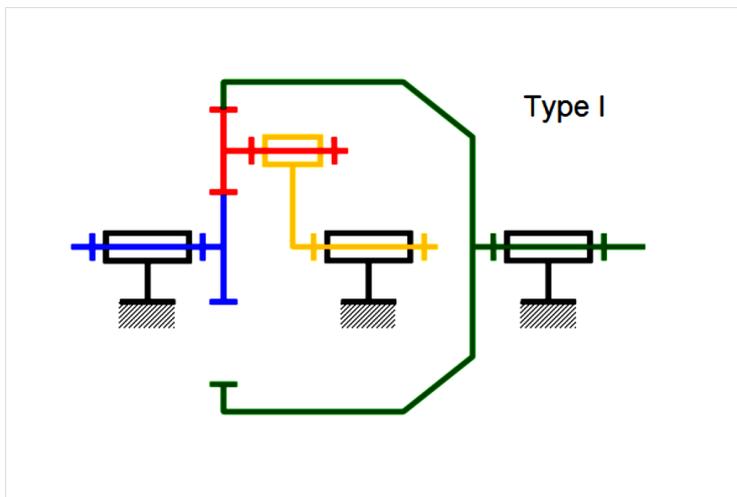


Boîte de vitesse



Etagement des rapports

Relation générales pour un train épicycloïdal

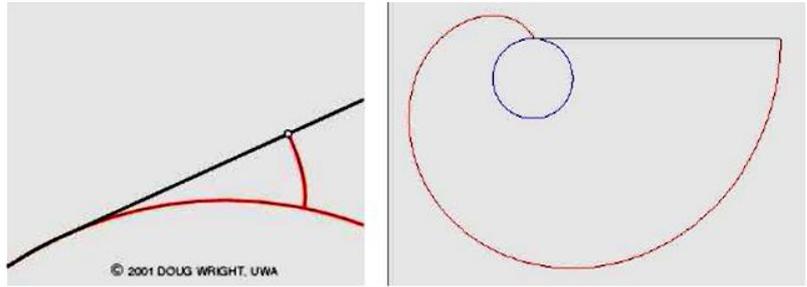


cf. cours spécifique

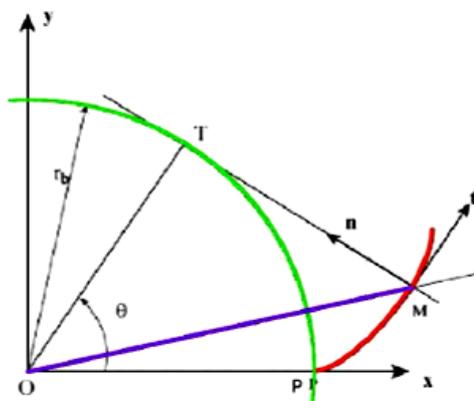
## 4 – Développante de cercle

### 4 – 1 Géométrie d'une développante de cercle

La définition de cette courbe tient dans son nom!  
C'est la courbe que trace la main droite déroulant une bobine de fil tenue dans la main gauche.



Mathématiquement, c'est une courbe en polaire :



$$\text{on a } \vec{OM} = \vec{OT} + \vec{TM}$$

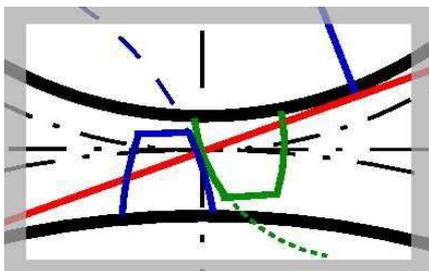
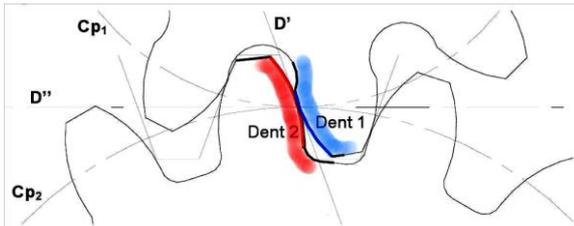
or  $TM = \text{longueur de l'arc } TP$   
donc  $\vec{OM} = r_b \vec{t} - r_b \cdot \theta \vec{n}$

et dans  $(O, \vec{x}, \vec{y})$

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} r_b \cos(\theta) + r_b \cdot \theta \sin(\theta) \\ r_b \sin(\theta) - r_b \cdot \theta \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

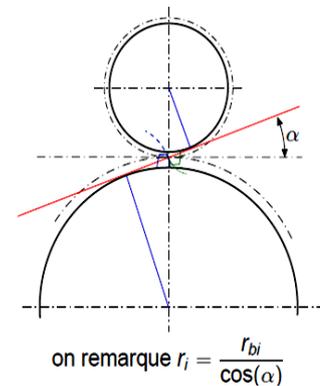
### Application aux dentures droites

Le profil de denture est dit *en développante de cercle*



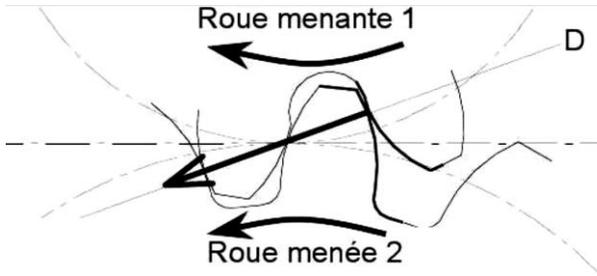
Zoom au contact

- les dentures sont issues d'un cercle de base
- on trace la tangente aux deux cercles de base
- on obtient les cercles primitifs, l'angle de poussée  $\alpha$  et le point de contact I
- en traçant les développantes passant par I, on a les 2 dents

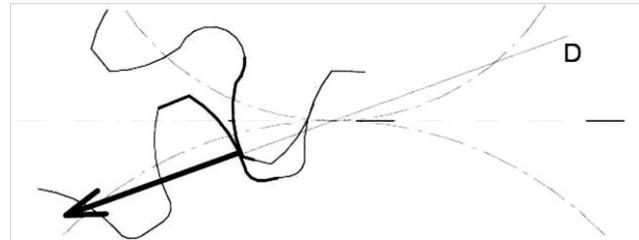


**4 – 2 Intérêts de la développante de cercle**

La direction des efforts entre dentures constante

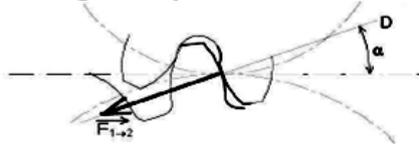


Le point de contact n'est pas sur le cercle primitif  
Mais la normale au contact reste constante



Si l'on néglige le frottement au contact entre denture, alors la **direction des efforts entre dentures est constante**

La direction est donnée par  $\alpha$  l'angle de poussée.

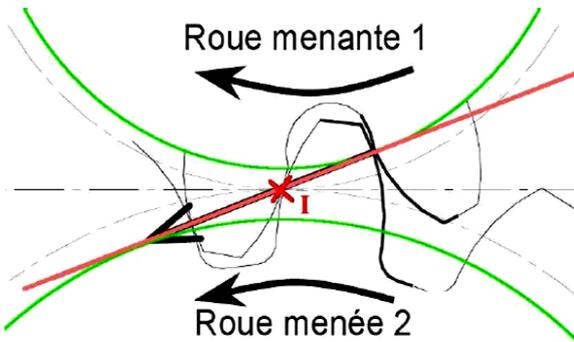


si denture droite, alors  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$

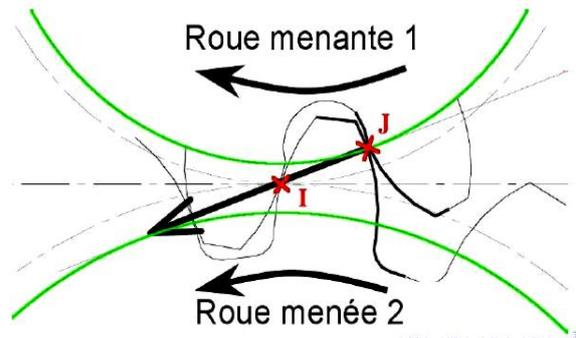
$$= \begin{pmatrix} F_{tangnt} \\ F_{radial} \\ F_{axial} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_T \\ F_T \cdot \tan(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

La transmission est homocinéétique

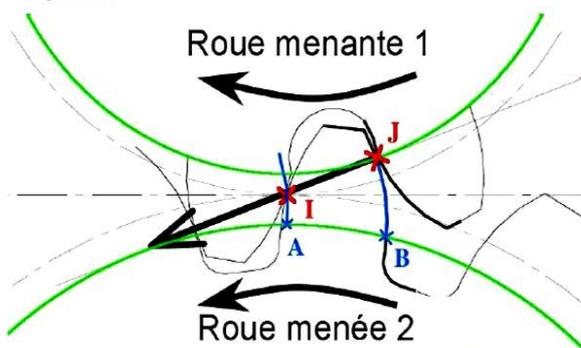
■ voici les cercles de base et la droite d'action



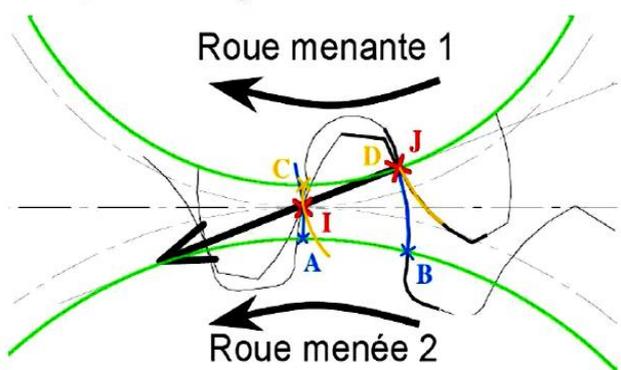
■ I est l'intersection des cercles primitifs J est le point de contact courant

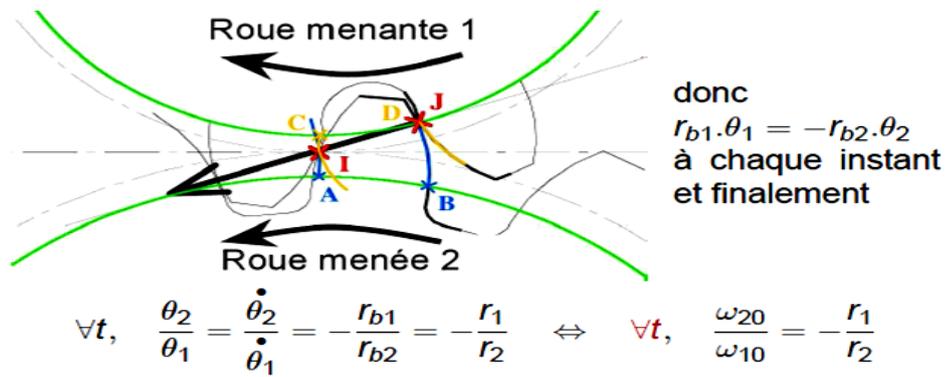


■ par propriété de la développante de cercle, l'arc AB est égal à IJ



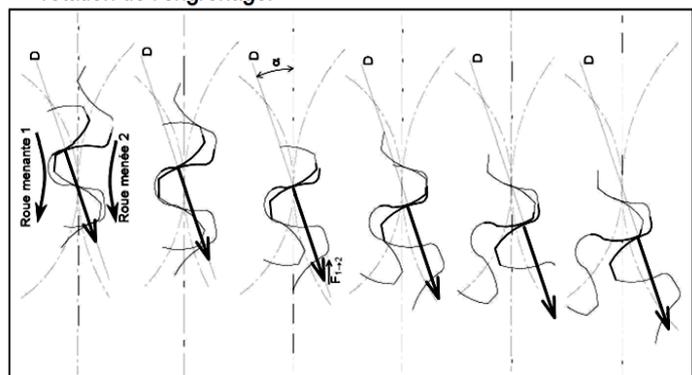
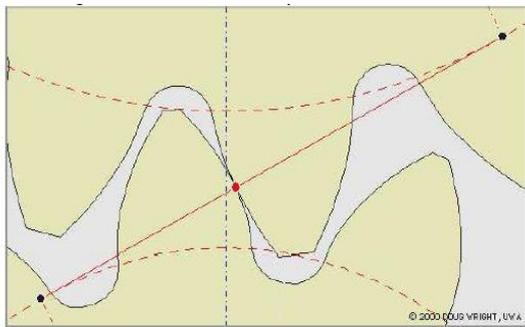
■ idem, l'arc CD est égal à IJ





La transmission est donc parfaitement homocinétique.

### Le glissement entre dentures



### 4 – 3 Conclusions

Grâce à la développante de cercle

- la transmission est homocinétique
- les efforts sont de direction constante.

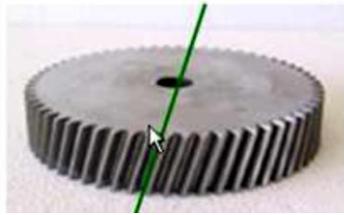
Les vibrations du système sont donc nettement limitées.

Mais il y a du glissement au niveau du point de contact donc il existe des pertes énergétiques et de l'usure.

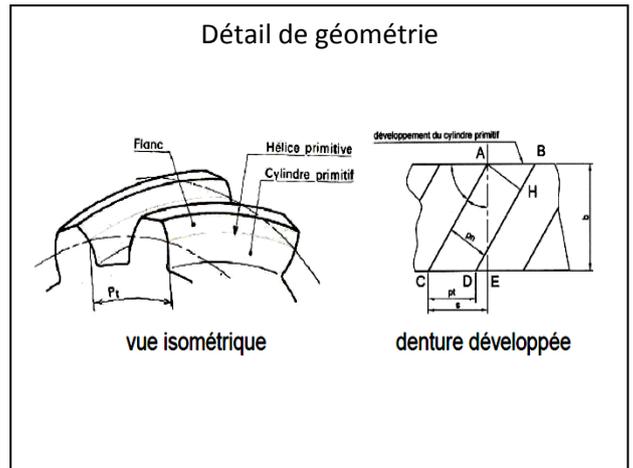
Un choix judicieux de matériau et/ou de traitement thermique s'impose.

## 5 – Les dentures hélicoïdales

Les dentures hélicoïdales ont  
 - un profil en développante de cercle  
 - un angle d'hélice noté  $\beta$   
 $\beta$  est l'angle mesuré entre le flanc de la dent et l'axe de rotation.



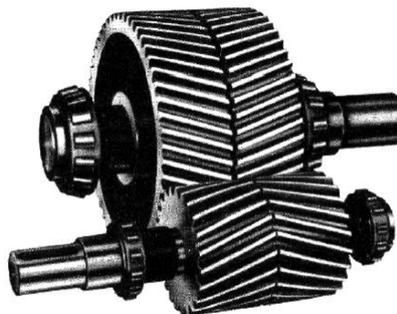
Exemple de denture hélicoïdale



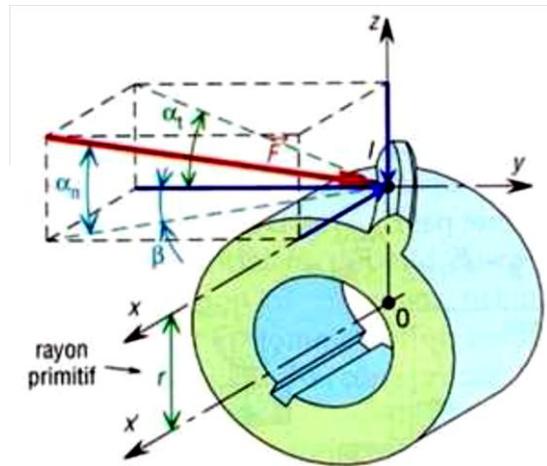
### Efforts au contact

La géométrie étant différente, la normale au contact l'est aussi.  
 Il y a donc des efforts axiaux.

Engrenage à double chevron



compensation des efforts axiaux



### Rapport de conduite

L'engrènement est plus progressif que dans le cas des dentures droites.

Le conduit est plus grande (rapport de conduite \_ nombre de dents en prise).

- meilleure répartition des efforts entre les dents
- on réduit le bruit
- on réduit les vibrations dues aux chocs lors de l'engrènement en denture droite



exemple de fabrication

## 6 – Rupture d’une dent sous charge

### 6 – 1 Causes de détérioration des dentures

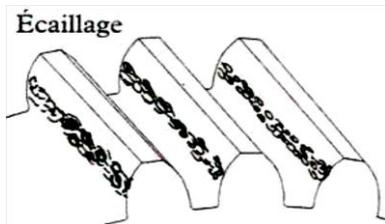
Il y a trois causes principales de détérioration des dentures :

- la détérioration de la surface par pression superficielle (et l’écailage)
- la détérioration par grippage/micro-soudures (échauffement)
- la rupture au pied de la dent (par surcharge, ou après fatigue)

[cf [http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Usure\\_des\\_surfaces](http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Usure_des_surfaces)]

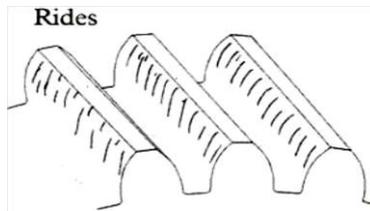
#### Écaillage

Une pression de contact trop importante mène à l’écailage.  
(cf contact de Hertz)



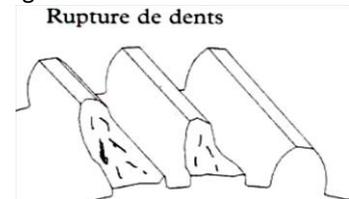
#### Grippage – rides

Une mauvaise lubrification associée à de grosses charges crée un échauffement important.



#### Rupture

Une surcharge (brutale) peut rompre une ou plusieurs dents. Si les charges sont importantes, penser à prendre en compte la fatigue



### 6 – 2 Exemple de calcul

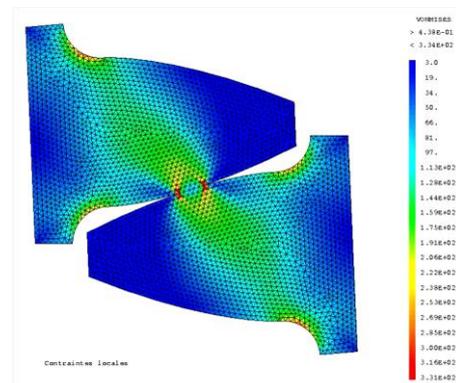
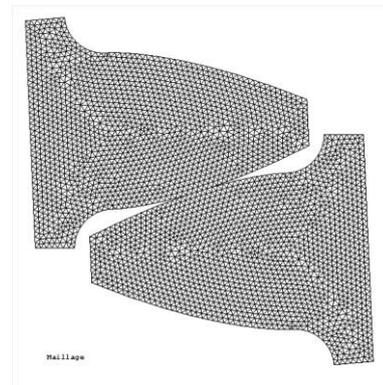
Voici un exemple de calcul par méthode éléments finis, et avec les conditions suivantes :

- matériau homogène isotrope élastique linéaire
- contact unilatéral sans frottement

Les résultats montrent des contraintes importantes :

- au niveau de la zone de contact
- au niveau du “pied” de la dent

Ces contraintes sont du même ordre de grandeur.



**6 – 3 Rupture au pied de la dent**

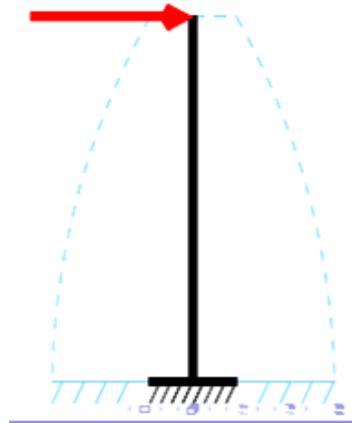
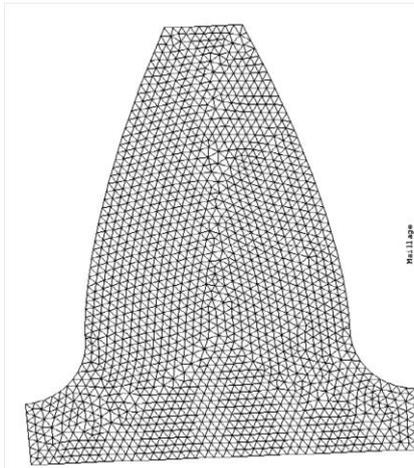
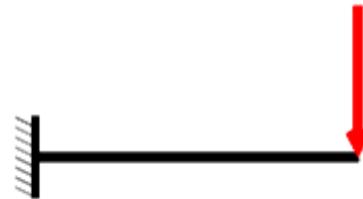


Denture spiro-conique après rupture

**Un calcul de RdM ( cas des dentures droites )**

On utilise les hypothèses de la Résistance des Matériaux.

- solides élastiques et linéaires
- géométrie élancée
- faibles déformations



On construit une poutre Equivalente

- hauteur :  $2,25m$
- épaisseur :  $s = \frac{m}{2}$
- largeur :  $b = k.m$
- sous un effort  $F_T$  tangent, au bout

or,  $F_T = C/r = 2C/m.Z$

Donc

La résistance des matériaux nous donne donc :

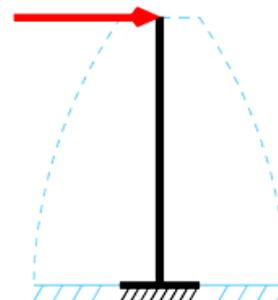
$$\sigma = \frac{M_f}{I} . y = \frac{F_T . 2.25m}{km . \left(\frac{\pi m}{2}\right)^3 \frac{4}{12}}$$

$$\sigma = \sigma_e \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{2.25 \times 24 \times 2}{\pi^2} \times \frac{C}{kZ\sigma_e}} \approx \sqrt[3]{2 \times 2.3^2 \times \frac{C}{kZ\sigma_e}}$$

Remarque : pour un module connu, on peut aussi déterminer  $k$ , et donc la largeur de denture.

Avantages – Inconvénients

- méthode rapide
- résultat correct
- mais méthode majorante (on suppose une seule dent en prise)
- ne tient pas compte des éventuelles concentrations de contraintes
- ne tient pas compte de la fatigue, des chocs, etc. . .



**Le cas des dentures hélicoïdales**

On peut utiliser  $\sigma = \sigma_e$  d'où  $m_n = \sqrt[3]{2x2,3^2x \frac{C}{kZ_e\sigma_e}}$  car en reprenant le raisonnement,  $\frac{F_T}{b} = \frac{F_T^*}{b^*}$

où les termes étoilés sont mesurés par rapport au plan tangent de la dent  $Z_e = \frac{Z}{\cos(\beta)^3}$   
 car le nombre de dent en prise (conduite) est augmenté

**7 – Autres types de contact**

- dentures hélicoïdales
- roues coniques
- roues spiro-coniques
- ...

**7 – 1 Paramètres des dentures hélicoïdales**

Module réel $m_n$	Le module normalisé $m_n$ est déterminé par calcul de résistance des matériaux et choisi dans le tableau des modules normalisés.
Module apparent $m_t$	$m_t = m_n / \cos\beta$
Pas apparent $p_t$	$p_t = \pi.m_n$
Pas réel $p_n$	$p_t = \pi.m_t$
Nombre de dents $Z$	Donné parle rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
Diamètre primitif $d$	$d = m_t.Z$
Saillie $ha$	$ha = m_n$
Creux $hf$	$hf = 1,25.m_n$
Hauteur de la dent $h$	$h = 2,25.m_n$
Diamètre de tête $d_a$	$d_a = d + 2.m_n$
Diamètre de pied $d_f$	$d_f = d - 2,5.m_n$
Angle d'hélice $\beta$	$20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
Entraxe $a$	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t}{2} (Z_1 + Z_2) = \frac{m_n}{2.\cos\beta} (Z_1 + Z_2)$
Largeur de denture $b$	$b = K.m_n$

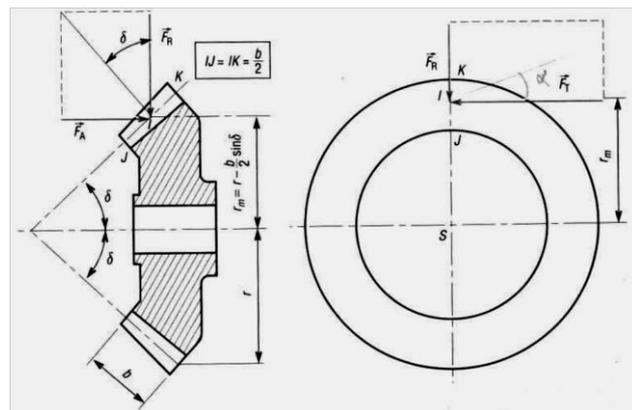
**Efforts dans les dentures hélicoïdales**

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} F_{tangent} \\ F_{radial} \\ F_{axial} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_t \\ F_t \tan(\beta) \\ \frac{F_t \tan(\beta)}{\cos(\beta)} \end{pmatrix}$$

**Remarque**  
 $\alpha_n$  est l'angle de pression réel, mesuré dans un plan orienté par l'angle  $\beta$



**Paramètres des dentures coniques**

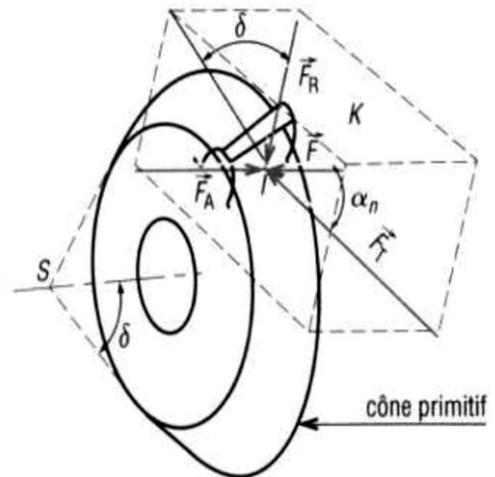


Paramètres des dentures coniques ( suite )

	Module $m$	Déterminé à partir de $m_{moy}$
	Module moyen $m_{moy}$	Donné par calcul de résistance des matériaux
	Nombre de dents $Z$	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
	Largeur de dent $b$	$b = km \quad (4 \leq k \leq 6)$
	Diamètre primitif $d$	$d = mZ$
	Angle primitif $\delta$	$\delta = \arcsin ( d/2L )$
	Saillie $ha$	$ha = m$
	Creux $hf$	$hf = 1,25 m$
	Hauteur de la dent $h$	$h = 2,25m$
	Diamètre de tête $da$	$da = d + 2m\cos\delta$
	Diamètre de pied $df$	$df = d - 2,5m\cos\delta$
	Angle de saillie $\theta_a$	$\tan \theta_a = m/L$
	Angle de creux $\theta_f$	$\tan \theta_f = 1,25m/L$
Angle de tête $\delta_a$	$\delta_a = \delta + \theta_a$	
Angle de pied $\delta_f$	$\delta_f = \delta - \theta_f$	

Effort transmis par un engrenage conique

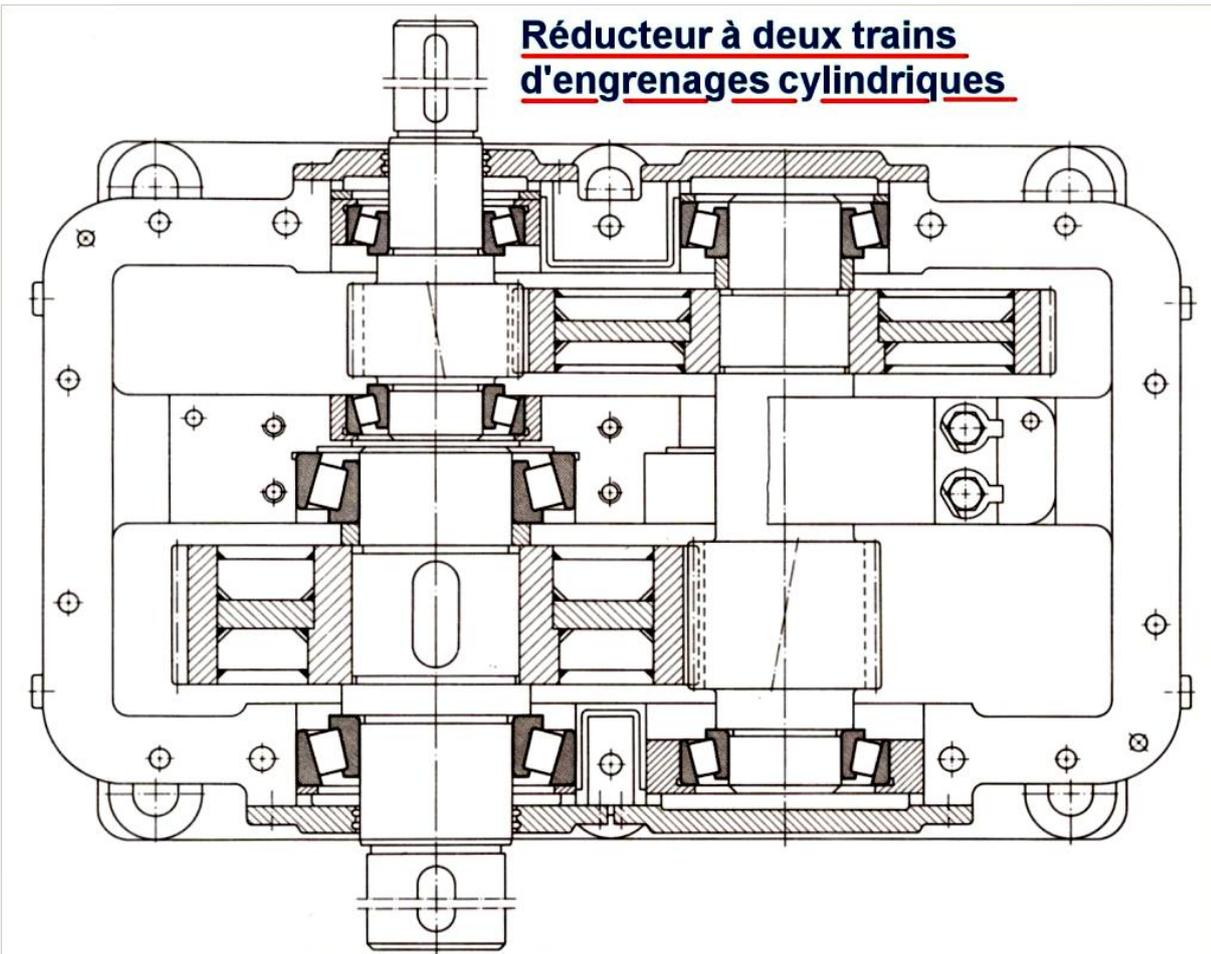
$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} F_{tangent} \\ F_{radial} \\ F_{axial} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_t \\ F_t \tan(\alpha_n) \sin(\delta) \\ F_t \tan(\alpha_n) \cos(\delta) \end{pmatrix}$$



Efforts dans les dentures spiro-coniques



**8 – Exemple : Réducteur à 2 trains d’engrenages cylindriques**



Par l’analyse du dessin, on obtient :

On a  $Z_1 = 22$ ,  $Z_2 = 70$ ,  $Z_3 = 24$  et  $Z_4 = 68$ .

De plus,  $m_{12} = 2.5mm$  et  $m_{34} = 4mm$

Les largeurs de dentures sont telles que  $k_{12} = 14.8$  et  $k_{34} = 14.5$

On suppose  $\sigma_e = 600MPa$

Quel est le couple maximal admissible par ce (gros) réducteur ?

Rappel : On a  $m = \sqrt[3]{2 \times 2,3^2 \times \frac{C}{kZ_e\sigma_e}}$

à l’entrée, sur (2) :

$$C_{\max} = \frac{m^3}{2.22} \times K_{12} Z_2 \sigma_e$$

Donc  $C_{\max} = 4375 \text{ Nm}$

à la sortie, sur (3) :

$$C_{\max} = \frac{m^3}{2.22} \times K_{23} Z_3 \sigma_e$$

Donc  $C_{\max} = 6020 \text{ Nm}$

On peut donc conclure que ce sera l’engrenage (1 – 2) qui sera limitant.

En ramenant sur (1) et (4), on obtient  $C_{1\max} = 1375Nm$  et  $C_{4\max} = 17000Nm$

Grâce au rapport de réduction, on voit que si l’on applique  $C_{4\max}$  à la sortie, alors  $C_1 = 1887Nm > C_{1\max}$

Le couple maximal admissible est donc limité par la roue (1), et vaut

$C_{1adm} = 1375Nm$  à l'entrée

$C_{4adm} = 12387Nm$  à la sortie

Le réducteur est construit de manière assez homogène.

Idem les diamètres des arbres suivent l'évolution du couple admissible.