Les systèmes de transformation de mouvement

1. Généralités

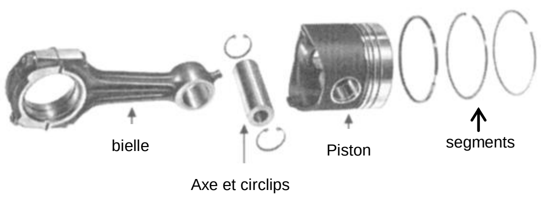
Tout moteur installé en début de chaîne cinématique, qu'il soit thermique, électrique, hydraulique ou pneumatique, dispose d'un arbre de sortie animé d'un ***mouvement de rotation continu***. La ***fréquence de rotation*** est en général ***constante*** (en palier) et correspond à une ***puissance motrice délivrée maximale***. Ces fréquence et puissance sont alors qualifiées de « ***nominales*** ». Les organes récepteurs installés en fin de chaîne cinématique ont, quant à eux, à se mouvoir différemment. Selon la fonction qui leur est demandé d'assurer, leur mouvement peut être, par exemple, une ***rotation intermittente***, ou une ***translation alternative***.

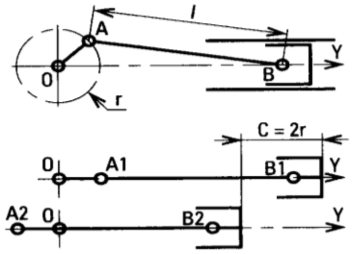
Les ***principaux systèmes de transformation de mouvement*** sont les suivants :

Système de transformation de mouvement	Mouvement obtenu (à partir d'un mouvement de rotation continu)
- Bielle / manivelle ***- Excentrique*** ***- Came***	Translation rectiligne alternative
- Vis / écrou ***- Pignon / crémaillère***	Translation rectiligne
- Croix de Malte	Rotation intermittente

2. Les systèmes bielle / manivelle

Le système bielle / manivelle permet de transformer un ***mouvement de rotation continu*** de la manivelle ***en*** un ***mouvement de translation alternatif*** du piston.





Caractéristiques
AB = L = ℓ = longueur de la bielle
OA = R = r = Rayon de la manivelle
Paramètres :
Angle de rotation de la manivelle : α
Déplacement du piston : x
Angle de la bielle : β

Equation de la position du point B (x)

$$x(t) = R.\cos \omega.t + \sqrt{\ell^2 - R^2.\sin^2 \omega.t}$$

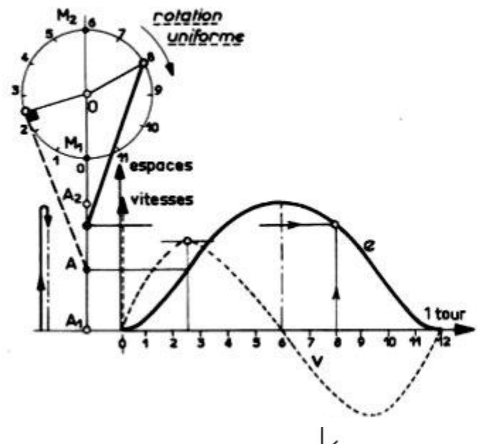
Equation de la vitesse du point B ($v = \frac{dx}{dt}$)

$$v(t) = -R.\omega\left[\sin\omega t + \frac{1}{2}\frac{R\sin2\omega t}{\sqrt{\ell^2 - R^2.\sin^2 \omega.t}}\right]$$

Equation de l'accélération du point B ($\gamma = \frac{dv}{dt}$)

$$\gamma(t) = -R.\omega^2\left[\cos \omega.t + \frac{1}{4}\frac{R^3\sin2\omega t}{(\ell^2 - R^2.\sin^2 \omega.t)^{3/2}} + \frac{R\cos2\omega t}{\sqrt{\ell^2 - R^2.\sin^2 \omega.t}}\right]$$

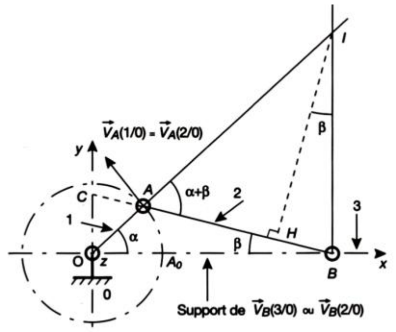
Courbe des espaces et de la vitesse



:

La vitesse du coulisseau peut aussi s'obtenir graphiquement après avoir construit le schéma cinématique du système à une échelle donnée à l'aide des 2 relations :

$$v = \|\overrightarrow{V}_{B\,2/0}\| = \|\overrightarrow{V}_{A\,2/0}\|.\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\beta} \qquad \text{et} \qquad v = \|\overrightarrow{V}_{B\,3/0}\| = \omega.OC$$



Les principaux systèmes bielle/manivelle dérivés du principe de base sont les systèmes :
- à retour rapide : - à coulisse unique
  - à double coulisse
  - à double manivelle
  - à coulisseau excentré
- à zone de vitesse constante
- à course variable

Pour ces systèmes, il est conseillé de construire point par point le graphe espace/temps. Les graphes vitesse/temps et accélération /temps peuvent s'obtenir par dérivation graphique.

Pour le système à course variable, la trajectoire du point C est confondue avec un diamètre de la couronne planétaire . Ce dernier est une **hypocycloïde** particulière résultant du fait que la couronne est le double de celui du satellite.
Cette trajectoire rectiligne du point C est nommée **droite de Lahire**.

Soit x_t, l'abscisse du point B solidaire du coulisseau, telle que $\overrightarrow{OB} = x_t.\vec{x}$ et ω la vitesse angulaire constante de la manivelle (ou bras du porte satellite) alors :

$$x_t \approx 2r \cos\alpha.\cos\alpha_0 + \ell.(1 - \frac{1}{4}.k^2) - \frac{1}{4}.k^2\ (l)\cos 2\alpha$$

α_0 définissant la position initiale du point C0 (réglage obtenu par la rotation de la couronne planétaire)

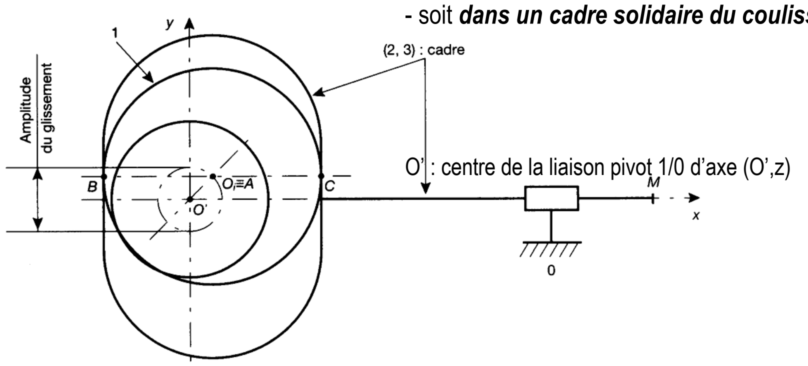
$\alpha = \omega.t$; ℓ= longueur de la bielle; r = rayon du satellite; $k = -\frac{2r.\sin\alpha_0.}{\ell}$

- Pour $\alpha_0 \in [0 ; \text{arctg}\frac{\ell}{2r}]$ la course du coulisseau est : **$c = 4r.\cos\alpha_0$ avec $OC_0 = 2r$**
- Pour $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ la course du coulisseau est : **$c = \ell.(1 - \cos\beta)$** avec $\beta = \arcsin\frac{2r}{\ell}$
- La vitesse linéaire du coulisseau est : **$v = -2r\ \omega.\sin\omega.t.\cos\alpha_0 + \frac{1}{2}.k^2\ (\ell)\ \omega.\sin 2\omega.t$** avec $k = -\frac{2r.\sin\alpha_0.}{l}$

3. Les excentriques

Un excentrique permet de transformer un ***mouvement de rotation continu*** d'un arbre ***en*** un ***mouvement de translation alternatif*** du coulisseau.

L'utilisation d'un excentrique est :
- soit analogue à celle du ***système bielle / manivelle*** (voir ci-dessus).
- soit ***dans un cadre solidaire du coulisseau*** :

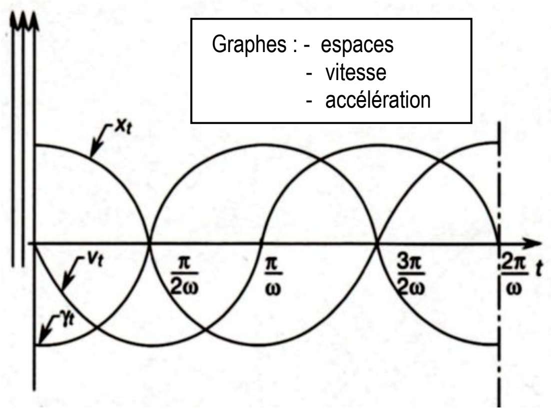


Caractéristiques
OA = R = Rayon de l'excentrique
OO_1 = excentration
Paramètres :
Angle de rotation de l'excentrique : α
Déplacement du coulisseau : x

Un excentrique est cinématiquement équivalent à une manivelle (dans les systèmes bielle/manivelle) dont le rayon R est égal à l'excentration (e)
En conséquence, les relations établies pour le système bielle/manivelle restent applicables.
En pratique, e << ℓ (longueur de la bielle)
Expression simplifiée de la vitesse linéaire du coulisseau :

$$v \approx -R\omega[\sin\omega t + \frac{R}{2\ell}\sin 2\omega t]$$

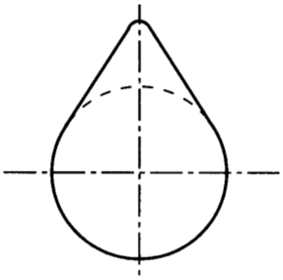
Quand l'excentrique est utilisé dans un cadre solidaire du coulisseau, le mouvement de ce dernier est un mouvement sinusoïdal simple pour lequel :
- la vitesse linéaire est : $v = -R\sin\omega t$
- l'accélération linéaire est : $\gamma = -R\omega^2\cos\omega t$



4. Les cames

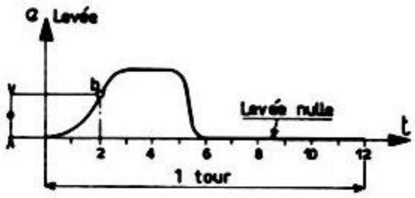
Une came permet de transformer un ***mouvement de rotation continu*** d'un arbre ***en*** un ***mouvement de translation alternatif*** du coulisseau.

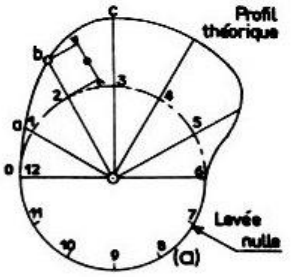
Exemple de came unilatérale avec rappel par ressort :



Caractéristiques
C'est la forme du profil de la came qui définit la loi du mouvement du coulisseau
Paramètres :
Angle de rotation de la came : α
Déplacement du coulisseau : x

Courbe caractéristique des espaces



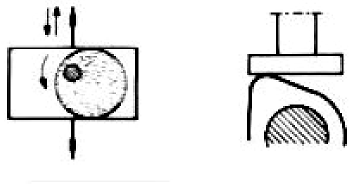


La géométrie du profil de la came se détermine graphiquement à partir du graphe espace/temps correspondant au mouvement de translation du coulisseau

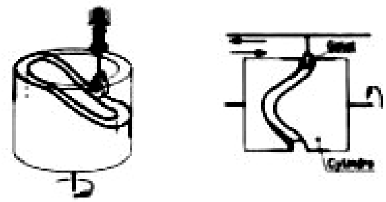
Les différents types de cames

Mouvement du coulisseau	Profil
uniforme (vitesse linéaire constante)	Came en cœur
	développante de cercle
uniformément accéléré (accélération linéaire constante)	Came Morin
nul (vitesse nulle sur un secteur angulaire donné)	arc de cercle (came de Trezel…)
quelconque	quelconque

Cames radiales



Cames axiales

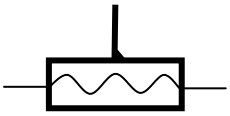


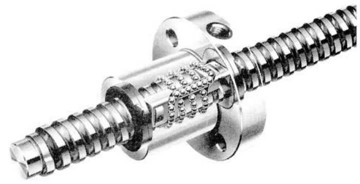
5. Les systèmes vis / écrou

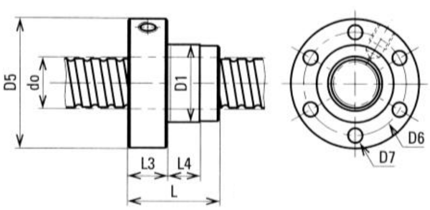
Le ***système vis et écrou à billes*** est un élément mécanique capable de transformer un ***mouvement de rotation continu*** en ***mouvement de translation rectiligne*** et vice-versa. Le guidage s'effectue sur plusieurs ***rangées de billes*** et la circulation continue de ces billes est assurée par un canal de transfert. Son fonctionnement est ***silencieux***, son ***étanchéité efficace***, son ***rendement très bon*** (jusqu'à 98%) et il tolère de ***grandes vitesses*** de déplacement (pour un ***faible échauffement***).

Il possède ***différentes configurations de fonctionnement*** :

Exemple (Rotation de la ***vis*** et translation de l'***écrou***) :







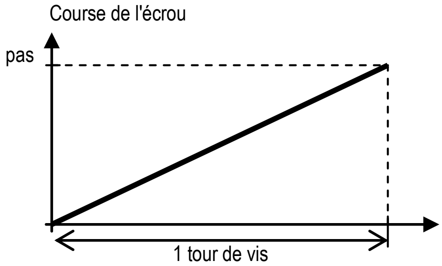
Caractéristiques
Pas de la vis p en mm
La réversibilité dépend des matériaux en contact et de l'angle d'hélice.
Paramètres :
Angle de rotation de la vis : α
Déplacement de l'écrou : x

Dans le système vis/écrou, la vitesse linéaire de l'élément mobile en translation est :

$\mathbf{v = \frac{p.\omega}{2\pi}}$ ω = Vitesse de l'élément mobile en rotation ; p = pas

La vitesse de glissement de l'écrou sur la vis est : $\mathbf{v_s = \frac{\omega}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 r^2 + p^2}}$

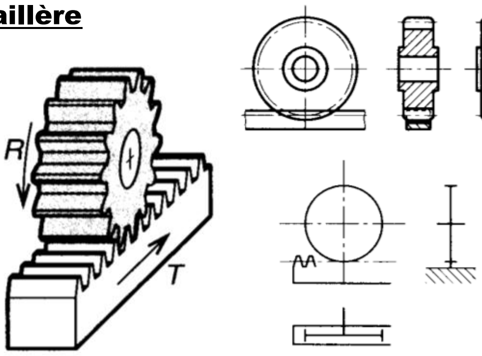
r = rayon moyen ($r_{moy} \approx r = d/2$)
d = diamètre nominal

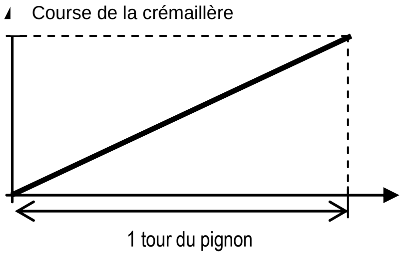


6. Le système pignon / crémaillère

Le ***système pignon / crémaillère*** permet de transformer un ***mouvement de rotation continu*** du pignon en un ***mouvement de translation rectiligne*** de la crémaillère.

Caractéristiques
Diamètre du pignon
Paramètres :
Angle de rotation du pignon : α
Déplacement de la crémaillère : x

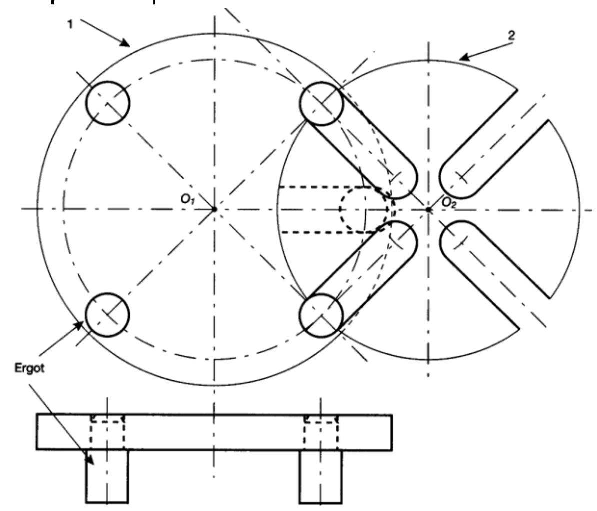




v = R.ω ω = Vitesse de l'élément mobile en rotation ; R = rayon du pignon, v = vitesse de translation de la crémaillère

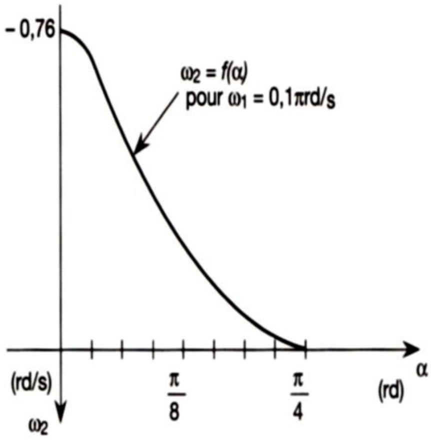
7. La croix de Malte

La ***croix de Malte*** permet de transformer un ***mouvement de rotation continu*** en ***mouvement de rotation intermittent***. Le mouvement de rotation continu est assuré par un ***plateau circulaire 1***, muni d'***ergots cylindriques*** régulièrement répartis sur une même circonférence. Le mouvement de rotation intermittent du ***plateau 2*** muni de ***rainures radiales*** a lieu quand ces dernières sont parcourues, une à une, par les ergots du plateau 1. Le ***plateau 2*** porte le nom de ***croix de Malte***.



Caractéristiques
Angle entre les rainures
Paramètres :
Angle de rotation de l'ergot : α_1
Angle de rotation de la croix: α_2

Rotation de la Croix de Malte (Plateau 2)



Soit une croix de malte comportant 4 rainures à 90° (radiales telles que sur la fig ci-dessus) entrainée par un plateau solidaire de 4 ergots à 90°, tournant à la fréquence angulaire constante ω_1. alors la fréquence angulaire ω_2.de la croix de malte est :

$$\omega_2 = \frac{\omega_1.(1 - \sqrt{2}\cos\omega_1 t)}{(3 - 2\sqrt{2}\cos\omega_1 t)}$$

ω_1 et ω_2 sont de signe contraire

Courbe ω_2 en fonction de ω_1